

# Оглавление

<b>1</b>	<b>Введение</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Энергия первичных частиц</b>	<b>7</b>
2.1	Ускоряющий потенциал . . . . .	7
2.2	Поправки общей теории относительности . . . . .	9
2.3	Энергия первичной частицы . . . . .	10
<b>3</b>	<b>Рождение вторичных пар</b>	<b>12</b>
3.1	Длина свободного пробега фотона . . . . .	12
3.2	Первое (изгибаемое) поколение . . . . .	13
3.3	Второе (синхротронное) поколение . . . . .	18
<b>4</b>	<b>Формирование трехгорбых профилей</b>	<b>25</b>
<b>5</b>	<b>Заключение</b>	<b>30</b>
	<b>Список литературы</b>	<b>31</b>

# Введение

За последние 50 лет было собрано большое количество данных наблюдений средних профилей радиопульсаров [Lyne and Manchester, 1988, Weltevrede and Johnston, 2008, Hankins and Rankin, 2010]. До сих пор во многих исследованиях анализ средних профилей выполнялся в модели полого конуса [Radhakrishnan and Cooke, 1969, Oster and Sieber, 1976], в которой, в частности, предполагается прямолинейное распространение волн в магнитосфере нейтронной звезды. В этом случае обычно предполагается, что свойства поляризации излучения определяются устройством магнитного поля в регионе излучения.

Ясно, что в рамках такой упрощенной модели нельзя объяснить многих свойств средних профилей. По этой причине модель полого конуса претерпела значительные изменения (например, Shitov 1983, Blaskiewicz et al. 1991, Dyks 2008, Rookyard et al. 2015). Одно из них связано с эффектами распространения волн в магнитосфере радиопульсаров, которые способны значительно повлиять на формирование средних профилей. В число таких эффектов входят преломление [Barnard and Arons, 1986, Beskin et al., 1988], которое приводит к значительному изменению в диаграмме направленности, циклотронное поглощение, которое может уменьшать интенсивность в различных фазах  $\phi$  [Mikhailovskii et al., 1982, Kennett et al., 2000, Melrose and Luo, 2004], эффекты распространения поляризованного излучения [Cheng and Ruderman, 1979, Barnard, 1986, Petrova, 2006, Wang et al., 2010, Andrianov and Beskin, 2010, Beskin and Philippov, 2012, Wang et al., 2014, Nakobyan et al., 2017].

Одной из неразрешенных проблем остается вопрос о так называемых трехгорбых пульсарах, то есть о пульсарах с трехгорбыми средними профилями. Для части из них, показанных в Таблице 1 (они взяты из полного списка трехгорбых пульсаров Rankin 1990), линейная и круговая поляризация указывает на то, что средний профиль сформирован за счет лишь одной ортогональной моды. Это следует из того факта, что позиционный угол  $p.a.$  линейной поляризации хорошо определен, и круговая поляризация  $V$  не меняет знак. Для полноты, в таблице также указаны пульсары, сформированность средних профилей которых за счет лишь одной моды находится под вопросом. Ясно, что такие трехгорбые средние профили сложно объяснить в терминах модели полого конуса.

Таблица 1.1: Пульсары с трехгорбыми средними профилями из Rankin [1990]. Изменения позиционного угла  $\Delta p.a.$  и углы наклона  $\chi$  взяты из Lyne and Manchester [1988]. Пять трехгорбых пульсаров определенно связаны только с О-модой.

PSR	$P$ (с)	$\dot{P}_{-15}$	$\Delta p.a. (^{\circ})$	$\chi (^{\circ})$	$Q$	мода
B0329+54	0.71	2.05	180	30	1.0	O
B1055-52	0.20	5.84	90	—	0.2	X
B1237+25	1.38	0.96	180	48	2.9	O,X
B1508+55	0.74	5.00	180	80	0.8	O,X
B1600-49	0.33	1.02	180	—	0.6	O,X?
B1700-32	1.21	0.66	180	47	2.9	O
B1804-08	0.16	0.03	180	47	1.1	O
B1821+05	0.75	0.23	90	28	2.6	O,X?
B2003-08	0.58	0.05	90	13	3.6	O,X?
B2045-16	1.96	10.96	180	37	1.6	O
B2111+46	1.01	0.71	180	9	2.3	O
B2319+60	2.26	7.04	90	19	2.2	X?

Здесь важно подчеркнуть следующее. Среди пульсаров, собранных в таблице, есть пять объектов, средние профили которых сформированы за счет лишь обыкновенной О-моды. Как показано в Andrianov and Beskin [2010], Beskin and Philiprov [2012], такой вывод следует из того факта, что эти пульсары имеют разные знаки круговой поляризации  $V$  и производной  $dp.a./d\phi$ . В то же время, как видно, для всех этих пульсаров позиционный угол в рамках одного среднего профиля изменяется на величину порядка  $180^{\circ}$ . Значит, можно предположить, что формирование средних профилей для этих пульсаров ассоциировано с преломлением О-моды для центрального прохождения луча зрения через диаграмму направленности.

Еще один факт указывает на правильность такой интерпретации. Каждый из этих пяти пульсаров имеет параметр  $Q = 2 P^{1.1} \dot{P}_{-15}^{-0.4}$  больше единицы. Здесь  $P$  период пульсара в секундах, и  $\dot{P}_{-15} = 10^{15} \dot{P}$  его производная. Как было показано в Beskin et al. [1993], это указывает на то, что все эти пульсары расположены вблизи так называемой "линии смерти" на диаграмме  $P-\dot{P}$ . Следовательно, для этих пульсаров в центре диаграммы направленности можно ожидать значительное уменьшение интенсивности излучения, связанное с уменьшением плотности истекающей плазмы [Ruderman and Sutherland, 1975]. Это, в свою очередь, способно значительно повлиять на преломление обыкновенной моды.

В этой работе детально обсуждается влияние преломления обыкновенной волны на формирование среднего профиля радиоизлучения пульсаров. В данный момент теория преломления обыкновенной О-моды в магнитосфере радиопульсаров является детально разработанной. В 80-тых, Barnard and Arons [1986]

показали, что в очень сильных магнитных полях нейтронной звезды  $B \sim 10^{12}$  Гс коэффициент преломления может быть записан как

$$n_2 \approx 1 + \frac{\theta_b^2}{4} - \left( \left\langle \frac{\omega_{pe}^2}{\gamma^3 \omega^2} \right\rangle + \frac{\theta_b^4}{16} \right)^{1/2}. \quad (1.1)$$

Здесь  $\omega_{pe} = (4\pi e^2 n_e / m_e)^{1/2}$  электронная плазменная частота,  $\theta_b$  угол между волновым вектором  $\mathbf{k}$  и внешним магнитным полем  $\mathbf{B}$ , и  $\gamma$  лоренц-фактор истекающей плазмы<sup>1</sup>.

Ясно, что преломление обыкновенной волны существенно зависит от поперечного профиля концентрации  $n_e$ . В дальнейшем мы записываем ее в форме

$$n_e = \lambda g(r_\perp, \varphi_m) n_{GJ}, \quad (1.2)$$

где  $r_\perp$  и  $\varphi_m$  магнитные полярные координаты на поверхности звезды. Здесь

$$n_{GJ} = -\frac{\Omega B}{2\pi c e} \quad (1.3)$$

концентрация Goldreich and Julian [1969], дающая убывание  $n_{GJ} \propto r^{-3}$  из-за уменьшения магнитного поля  $B$ ,  $\lambda = \text{const}$  множественность, и профиль  $g(r_\perp, \varphi_m)$  определяет поперечное распределение концентрации. Предполагается, что

$$\int g(r_\perp, \varphi_m) r_\perp dr_\perp d\varphi_m = \pi R_0^2. \quad (1.4)$$

Необходимо отметить, что в оригинальной [Barnard and Arons, 1986] и во многих последующих [Beskin et al., 1988, Nakobyan and Beskin, 2014] работах, посвященных преломлению обыкновенной O-моды, был рассмотрен простейший случай  $g(r_\perp, \varphi_m) = \text{const}$ . Первые результаты по влиянию сильной зависимости  $g(r_\perp)$  от  $r_\perp$  (предсказанной в модели полого конуса) были получены Lyubarskii and Petrova [1998], Petrova and Lyubarskii [2000]. В частности, было показано, что для центрального прохождения луча зрения через диаграмму направленности в среднем профиле радиоизлучения может появиться третий центральный горб. Однако в этих работах, также как почти во всех последующих работах [Wang et al., 2010, Andrianov and Beskin, 2010, Beskin and Philippov, 2012, Nakobyan et al., 2017, Galishnikova et al., 2020], профиль  $g(r_\perp, \varphi_m)$  моделировался очень приближенно.

Таким образом, одной из главных задач этой работы является точное определение профиля  $g(r_\perp, \varphi_m)$ , дающего распределение плотности числа частиц  $n_e$  по полярной шапке. Несмотря на то, что вопрос о рождении частиц активно обсуждался начиная с ранних 80-тых [Daugherty and Harding, 1982, Gurevich and Istomin, 1985, Hirschman and Arons, 2001, Arendt and Eilek, 2002, Istomin

<sup>1</sup> , Mikhaylenko et al. [2021] ,  $\langle \dots \rangle$  (  $v = c$  )

$\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}$ ).

and Sobyenin, 2007, Medin and Lai, 2010, Timokhin, 2010, Timokhin and Arons, 2013, Timokhin and Harding, 2015], зависимость от расстояния до оси до сих пор не была определена. По этой причине, используемые до сих пор профили плотности не основывались на детальных вычислениях [Lyubarskii and Petrova, 1998, Petrova and Lyubarskii, 2000, Beskin and Philippov, 2012, Nakobyan et al., 2017]. К тому же, как можно видеть из ур-ия (1.1), для определения значения  $\langle \omega_{\text{pe}}^2/\gamma^3 \rangle$  нам также необходимо знать распределение вторичных частиц по энергиям над полярной шапкой. Глава 3 будет посвящена этой задаче. Здесь мы покажем, как можно оценить зависимость  $\langle \omega_{\text{pe}}^2/\gamma^3 \rangle$  от  $r_{\perp}$  для малых  $r_{\perp}$  из простых соображений.

Действительно, естественно связать плотность вторичных частиц с числом  $\gamma$ -квантов, способных на рождение вторичных пар над полярной шапкой. Предполагая концентрацию ускоренных вблизи поверхности нейтронной звезды первичных частиц  $n_{\text{prim}}$  не зависящей от позиции на полярной шапке, можем записать

$$\lambda g(r_{\perp}) \sim \frac{\mathcal{E}_{\text{rad}}}{\mathcal{E}_{\text{min}}}. \quad (1.5)$$

Здесь  $\mathcal{E}_{\text{rad}}$  полная энергия, излучаемая первичной частицей на длине  $L$ , и  $\mathcal{E}_{\text{min}}$  характерная энергия  $\gamma$ -квантов, длина свободного пробега  $l_0$  которых

$$l_0 \sim \frac{B_{\text{cr}} m_e c^2}{B_0 \mathcal{E}_{\text{ph}}} R_c. \quad (1.6)$$

не превышает радиуса нейтронной звезды  $R$  (на таком масштабе уменьшение магнитного поля начинает сильно влиять на темп рождения пар). Здесь  $B_{\text{cr}} = m_e^2 c^3 / e \hbar \approx 4.4 \times 10^{13}$  Гс критическое магнитное поле, энергия фотона  $\mathcal{E}_{\text{ph}} = \hbar \omega$ , и  $R_c$  радиус магнитной силовой линии. В результате мы получаем для  $l_0 \sim R$

$$\mathcal{E}_{\text{min}} \sim \frac{B_{\text{cr}} R_c}{B_0 R} m_e c^2. \quad (1.7)$$

Что касается полной излучаемой энергии  $\mathcal{E}_{\text{rad}}$ , существует два ограничивающих случая. Как будет показано далее (смотри Рисунок 2.1), для пульсаров с достаточно большим периодом  $P > 1$  с, энергия первичных частиц после ускорения остается практически неизменной. В таком случае можно записать

$$\mathcal{E}_{\text{rad}} \sim \frac{d\mathcal{E}_{\text{prim}}}{dl} L, \quad (1.8)$$

где

$$\frac{d\mathcal{E}_{\text{prim}}}{dl} \sim \frac{e^2}{R_c^2} \left( \frac{\mathcal{E}_{\text{prim}}}{m_e c^2} \right)^4. \quad (1.9)$$

Это дает для  $L \sim R$  и  $\mathcal{E}_{\text{prim}} \approx \text{const}$

$$\lambda g(r_{\perp}) \propto R_c^{-3}. \quad (1.10)$$

Используя стандартное вычисление для радиуса кривизны магнитной силовой линии вблизи магнитной оси  $R_c \sim R^2/r_\perp$ , получаем

$$\lambda g(r_\perp) \propto r_\perp^3. \quad (1.11)$$

С другой стороны, для быстрых пульсаров первичные частицы теряют почти всю энергию, приобретенную в ускоряющем регионе:  $\mathcal{E}_{\text{rad}} \sim e\psi$ . Для  $\psi \approx \text{const}$  это дает  $\lambda g(r_\perp) \propto r_\perp$ .

Наконец, если предположить, что вторичная плазма рождается над вакуумным зазором в регионе нулевого продольного электрического поля, тогда вторичные частицы после излучения всей поперечной энергии из-за синхротронного излучения приобретают энергию  $\gamma_\pm m_e c^2$ , где  $\gamma_\pm \sim R_c/l_0$ . Подставляя опять  $l_0 \sim R$ , мы получаем

$$\gamma_\pm = k \times 100 P^{1/2} \left( \frac{R_0}{r_\perp} \right), \quad (1.12)$$

где  $k \approx 1$ . Здесь мы учитываем, что радиус полярной шапки  $R_0 \approx (\Omega R/c)^{1/2} R$ . В итоге для медленных пульсаров это дает

$$\left\langle \frac{\omega_{\text{pe}}^2}{\gamma^3} \right\rangle \propto r_\perp^6. \quad (1.13)$$

Как будет показано в Главе 3, эти асимптотические поведения реализуются с хорошей точностью.

Работа организована следующим образом. В Главе 2 обсуждается ускоряющий потенциал, знание которого необходимо для определения энергии первичных частиц. В частности, мы включаем в рассмотрение поправки общей теории относительности. Далее, в Главе 3 мы определяем пространственное и энергетическое распределения для первого (изгибного) и второго (синхротронного) поколений вторичных частиц. В общем, мы следуем подходу, разработанному Hibschman and Arons [2001]. Мы показываем, что простые соотношения (1.11) и (1.12) для зависимостей концентрации и характерной энергии вторичных частиц от расстояния от магнитной оси  $r_\perp$  выполняются с хорошей точностью. Наконец, в Главе 4 мы производим сравнение результатов вычислений профилей для пяти пульсаров с трехгорбыми профилями, сформированными за счет О-моды. Демонстрируется хорошее согласие полученных результатов с данными наблюдений.

## 2

# Энергия первичных частиц

## 2.1

Для начала обсудим электрический потенциал  $\psi$ , ускоряющий первичные частицы в полярной области. Как было недавно показано в Timokhin and Harding [2015], разность потенциалов оказывается близкой к оригинальному значению, полученному Ruderman and Sutherland [1975]. Это объясняется тем, что из-за нестационарности процесса формирования частиц, плазма иногда полностью покидает полярную область, что соответствует модели вакуумного зазора, рассмотренной Ruderman and Sutherland [1975].

Таким образом, мы определяем падение напряжения как

$$\psi_{\text{RS}} \approx 2\pi\rho_{\text{GJ}}H^2, \quad (2.1)$$

где  $H$  высота внутреннего зазора, и

$$\rho_{\text{GJ}} = -\frac{\Omega\mathbf{B}}{2\pi c} \quad (2.2)$$

плотность заряда Goldreich and Julian [1969]. Сразу отметим, что  $\rho_{\text{GJ}} \propto B \cos \theta_b$ , где  $\theta_b$  угол между угловой скоростью  $\Omega$  и магнитным полем  $\mathbf{B}$ . Наконец, в соответствии с Timokhin and Harding [2015], RS высота  $H_{\text{RS}}$  может быть записана как

$$H_{\text{RS}} = 1.1 \times 10^4 |\cos \theta_b|^{-3/7} R_{\text{c},7}^{2/7} P^{3/7} B_{12}^{-4/7}. \quad (2.3)$$

Здесь и далее магнитное поле  $B_{12}$  на магнитном полюсе выражено в  $10^{12}$  Гс, период пульсара  $P$  в секундах, и радиус кривизны  $R_{\text{c},7}$  в  $10^7$  см. В ур-ие (2.3), как в [Novoselov et al., 2020], мы добавили в рассмотрение зависимость плотности электрического заряда от угла  $\theta_b$  между магнитным полем и осью вращения. Это реализуется с помощью замены  $\Omega$  на  $\Omega |\cos \theta_b|$ . В дальнейшем зависимость радиуса кривизны  $R_{\text{c}}$  от расстояния от магнитной оси позволит нам получить пространственное распределение вторичной плазмы.

Напомним, что RS потенциал был получен в предположении малости высоты зазора  $H$  по сравнению с радиусом полярной шапки  $R_0$ . По крайней мере, ясно что этот потенциал не может быть больше падения напряжения  $\psi_{\text{v}}$ ,

соответствующего полному вакууму в области открытых магнитных силовых линий. В любом случае, выражение (2.1) не может быть применено для  $r_{\perp} = 0$ , где  $R_c \rightarrow \infty$ , и для  $r_{\perp} \rightarrow R_0$ , где  $\psi_{RS} \neq 0$ .

Известно (смотри, например, Muslimov and Tsygan 1992), что для определения вакуумного падения напряжения  $\psi_v$  необходимо решить уравнение Пуассона  $\nabla^2 \psi = 4\pi\rho_{GJ}$  с граничными условиями

$$\psi(r = R, \theta, \varphi) = 0, \quad (2.4)$$

$$\psi(r, \theta = \theta_0(r), \varphi) = 0, \quad (2.5)$$

( $r$ ,  $\theta$ , и  $\varphi$  полярные координаты), где для малых углов  $\theta$

$$\theta_0(r) = \left( \frac{rR_0^2}{R^3} \right)^{1/2}. \quad (2.6)$$

Здесь мы используем дипольную геометрию  $\mathbf{B} = (3(\mathbf{nm})\mathbf{n} - \mathbf{m})/r^3$ . В результате, уравнение Пуассона выглядит как

$$\begin{aligned} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} \\ = -2 \frac{\Omega B_0}{c} \frac{R^3}{r^3} \left( \cos \theta \cos \chi + \frac{3}{2} \sin \theta \sin \varphi \sin \chi \right), \end{aligned} \quad (2.7)$$

что дает для электрического потенциала  $\psi$

$$\begin{aligned} \psi(r_{\perp}, \varphi_m, l) = \frac{1}{2} \frac{\Omega B_0 R_0^2}{c} \cos \chi \times \\ \left[ 1 - \left( \frac{r_{\perp}}{R_0} \right)^2 - \sum_i c_i^{(0)} \left( \frac{l}{R} \right)^{-\lambda_i^{(0)} R/R_0} J_0(\lambda_i^{(0)} r_{\perp}/R_0) \right] \\ + \frac{3}{8} \frac{\Omega B_0 R_0^3}{cR} \sin \varphi_m \sin \chi \left[ \left( \frac{r_{\perp}}{R_0} - \frac{r_{\perp}^3}{R_0^3} \right) \left( \frac{l}{R} \right)^{1/2} \right. \\ \left. - \sum_i c_i^{(1)} \left( \frac{l}{R} \right)^{-\lambda_i^{(1)} R/R_0} J_1(\lambda_i^{(1)} r_{\perp}/R_0) \right]. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Здесь  $\chi$  угол наклона между магнитным моментом  $\mathbf{m}$  и осью вращения,  $l$  расстояние от поверхности звезды,  $\lambda_i$  нули функций Бесселя  $J_i(x)$ , а  $c_i^{(0)}$  и  $c_i^{(1)}$  коэффициенты разложения, дающие  $\sum_i c_i^{(0)} J_0(\lambda_i^0 x) = 1 - x^2$  и  $\sum_i c_i^{(1)} J_1(\lambda_i^1 x) = x - x^3$ . В результате для вакуумного падения напряжения  $\psi_v$  имеем

$$\begin{aligned} \psi_v(r_{\perp}, \varphi_m) = \frac{1}{2} \frac{\Omega B_0 R_0^2}{c} \left( 1 - \frac{r_{\perp}^2}{R_0^2} \right) \cos \chi \\ + \frac{3}{8} \frac{\Omega B_0 R_0^3}{cR} \left( \frac{r_{\perp}}{R_0} - \frac{r_{\perp}^3}{R_0^3} \right) \sin \varphi_m \sin \chi. \end{aligned} \quad (2.9)$$



Таким образом, в дальнейшем мы используем следующий потенциал  $\psi$

$$\psi = \min(\psi_{\text{RS}}, \psi_{\text{v}}). \quad (2.10)$$

## 2.2

Хорошо известно, что эффекты общей теории относительности и, в особенности, эффект Лензе-Тирринга, при определенных условиях могут играть значительную роль в генерации вторичной плазмы вблизи полярной шапки нейтронной звезды [Beskin, 1990, Muslimov and Tsygan, 1992, Harding and Muslimov, 1998, Philippov et al., 2015, 2020]. По этой причине далее мы оцениваем все возможные поправки, которые могут повлиять на рождение вторичных частиц. Для простоты мы ограничиваемся только поправками первого порядка по малому параметру  $r_{\text{g}}/R$ , где  $r_{\text{g}} = 2GM/c^2$  радиус черной дыры, соответствующий данной массе.

Начиная с независимых от времени уравнений Максвелла во вращающейся системе отсчета (смотри подробности в Thorne et al. 1986)

$$\nabla \times (\alpha \mathbf{E} + \beta \times \mathbf{B} + \beta_{\text{R}} \times \mathbf{B}) = 0, \quad (2.11)$$

где  $\alpha$  функция длительности ( $\alpha^2 \approx 1 - r_{\text{g}}/R$ ),  $\beta$  вектор Лензе-Тирринга ( $\beta^{\varphi} = -\omega$ ) и  $\beta_{\text{R}} = \Omega \times \mathbf{r}/c$ , получаем

$$\alpha \mathbf{E} + \beta \times \mathbf{B} + \beta_{\text{R}} \times \mathbf{B} = -\nabla \psi. \quad (2.12)$$

Для  $\rho_{\text{e}} = 0$  имеем

$$\nabla \left( \frac{\nabla \psi}{\alpha} \right) = 4\pi \rho_{\text{GJ}}, \quad (2.13)$$

где теперь плотность Гольдрайха-Джулиана

$$\rho_{\text{GJ}} = -\frac{1}{8\pi^2} \nabla_k \left( \frac{\Omega - \omega}{\alpha c} \nabla^k \Psi \right). \quad (2.14)$$

Видно, что первая релятивистская поправка  $(1 - \omega/\Omega)$  появляется в выражении для  $\rho_{\text{GJ}}$ , где отношение  $\omega/\Omega$  зависит от момента инерции нейтронной звезды  $I_r \sim MR^2$ :

$$\frac{\omega}{\Omega} = \frac{I_r r_{\text{g}}}{Mr^3}. \quad (2.15)$$

Таким образом, эта поправка соответствует малой величине  $r_{\text{g}}/R$ . Отметим, что характерный масштаб изменений во всех релятивистских поправках есть  $R$ , тогда как масштаб изменений в  $\psi$  есть  $R_0 \ll R$ . Значит, можно рассматривать все релятивистские поправки как константы, то есть мы кладем  $r = R$  в (2.15).

Вторая релятивистская поправка появляется в выражении для потока магнитного поля

$$\Psi = 2\pi |\mathbf{m}| \frac{\sin^2 \theta}{r} \left( 1 + \frac{3r_{\text{g}}}{4r} \right). \quad (2.16)$$

Для малых углов  $\theta$  можно считать  $\sin \theta = r_{\perp}/r$ , то есть писать

$$x^2 = \frac{\Psi}{2\pi|\mathbf{m}|} y^3 \left(1 + \frac{3r_g}{4y}\right)^{-1}, \quad (2.17)$$

где  $x = r_{\perp}$  и  $y = r$ . Тогда для радиуса кривизны  $R_c \approx 1/y''_{xx}$  получаем следующую поправку  $R_{c,GR} = K_{\text{cur}} R_c$ , где

$$K_{\text{cur}} = \left(1 - \frac{1}{2} \frac{r_g}{R}\right). \quad (2.18)$$

Далее, для радиуса полярной шапки  $R_{0,GR} = K_{\text{cap}} R_0$  имеем

$$K_{\text{cap}} = \left(1 - \frac{3}{8} \frac{r_g}{R}\right). \quad (2.19)$$

Наконец, ур-ие (2.13) выглядит теперь как

$$\frac{\alpha^2}{r_{\perp}} \frac{\partial}{\partial r_{\perp}} \left( r_{\perp} \frac{\partial \psi}{\partial r_{\perp}} \right) + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = -\frac{2\Omega B_0}{c} \left(1 + \frac{3r_g}{4R}\right) \left(1 - \frac{\omega}{\Omega}\right). \quad (2.20)$$

В результате, мы получаем поправку для симметричного потенциала  $\psi_{GR}(r_{\perp}) = K_{\psi} \psi(r_{\perp})$  на расстояниях  $h > R_0$  над поверхностью звезды

$$K_{\psi} = \left(1 - \frac{\omega}{\Omega}\right) \left(1 - \frac{r_g}{R}\right)^{-1}. \quad (2.21)$$

Таким образом, эффекты общей теории относительности оказываются значительными при анализе формирования вторичных частиц. Однако для простоты ниже мы не выписываем соответствующих модификаций; они будут включены в рассмотрение только в итоговых результатах.

## 2.3

Наконец, для того чтобы начать исследование производства вторичной электрон-позитронной плазмы, необходимо определить энергию первичной частицы  $\mathcal{E}_e$ . В общем случае уравнение движения имеет вид

$$\frac{d\mathcal{E}_e}{dl} = eE_{\parallel} - \frac{2}{3} \frac{e^2}{R_c^2} \left(\frac{\mathcal{E}_e}{m_e c^2}\right)^4. \quad (2.22)$$

Здесь  $E_{\parallel} = -\partial\psi/\partial l$ , и  $R_c$  радиус кривизны магнитной силовой линии. Второй член ответственен за изгибные потери.

На Рисунке 2.1 показана зависимость энергии  $\mathcal{E}_e$  от расстояния от поверхности звезды  $h$  для вакуумного потенциала  $\psi_v$  (2.9) для двух различных периодов пульсаров  $P$ , соответствующих малому ( $Q < 1$ , сверху) и большому ( $Q > 1$ ,

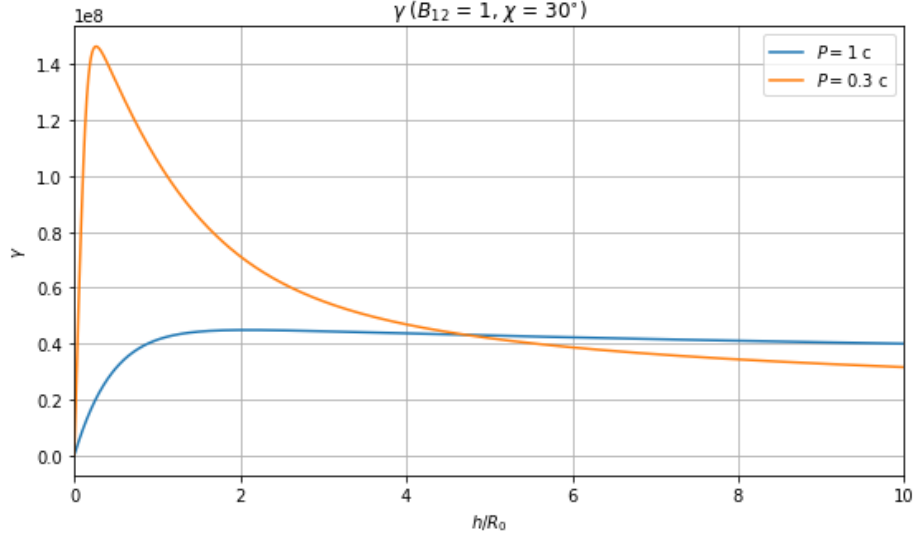


Рис. 2.1: Лоренц-фактор  $\gamma = \mathcal{E}_e/m_e c^2$  частицы, ускоренной с поверхности нейтронной звезды, полученный из решения ур-ие (2.22) для двух значений периодов пульсара  $P$ , для малого ( $Q < 1$ , сверху) и большого ( $Q > 1$ , снизу) параметра  $Q$ .

снизу) параметру  $Q$ . Как можно видеть, для  $Q > 1$  потери энергии, описываемые вторым членом в уравнении (2.22) становятся пренебрежимыми, так что условие  $\mathcal{E}_e(l) = e\psi(l) - e\psi(l_0)$  ( $l_0$  точка старта частицы) выполняется с хорошей точностью. В этом случае энергия первичной частицы достигает постоянного значения на высоте  $h \approx R_0$ . Для модели RS с  $H_{RS} < R_0$  это происходит на еще более низкой высоте. С другой стороны, для коротких периодов  $P$ , энергия частицы не достигает максимально возможного значения  $e\Delta\psi$ , и впоследствии уменьшается с увеличением расстояния от поверхности нейтронной звезды. Однако, как показано в Таблице 1.1, все интересующие нас пульсары имеют параметр  $Q > 1$ . С другой стороны, генерация изгибных  $\gamma$ -квантов, образующих впоследствии вторичные пары, имеет место на расстояниях  $h$  вплоть до радиуса звезды  $R$ . По этой причине в наших вычислениях мы будем пренебрегать ускоряющей областью и зависимостью энергии первичных частиц от изгибных потерь.

# 3

## Рождение вторичных пар

### 3.1

Как было отмечено ранее, мы следуем подходу, разработанному Habschman and Arons [2001]. Главным отличием является то, что мы получаем зависимость энергетического спектра и множественности  $\lambda$  рождения частиц от расстояния  $r_{\perp}$  от магнитной оси.

Для определения длины свободного пробега фотона необходимо использовать общее выражение для вероятности  $w_l$  рождения пары фотоном на длине  $dl$  [Berestetsky et al., 1971]

$$dw_l = \frac{3\sqrt{3}}{16\sqrt{2}} \frac{e^3 B \sin \theta_b}{\hbar m_e c^3} \exp\left(-\frac{8}{3} \frac{B_{\text{cr}}}{B(l) \sin \theta_b(l)} \frac{m_e c^2}{\mathcal{E}_{\text{ph}}}\right) dl. \quad (3.1)$$

Здесь вновь  $B_{\text{cr}} = m_e^2 c^3 / e \hbar \approx 4.4 \times 10^{13}$  Гс критическое магнитное поле,  $\mathcal{E}_{\text{ph}} = \hbar \omega$  энергия фотона, и  $\theta_b$  угол между волновым вектором  $\mathbf{k}$  и магнитным полем  $\mathbf{B}$ . В результате длина свободного пробега  $l_{\gamma}$  определяется из условия

$$\int_0^{l_{\gamma}} dw_l = 1. \quad (3.2)$$

Что касается энергии фотона  $\mathcal{E}_{\text{ph}}$ , в большинстве случаев (например, Timokhin and Harding 2015, Philippov et al. 2015, 2020) предполагалось, что все фотоны, излученные первичными частицами с энергией  $\mathcal{E}_e = \gamma_e m_e c^2$ , имеют характерную частоту [Landau and Lifshits, 1971]

$$\omega_c = \frac{3}{2} \frac{c}{R_c} \gamma_e^3. \quad (3.3)$$

В данной работе мы рассматриваем точный спектр изгибного излучения (то есть энергию, излученную в диапазоне частот  $d\omega$  на расстоянии  $dl$ )<sup>1</sup>

$$dI = \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \frac{e^2}{c R_c} \gamma_e F(\omega/\omega_c) d\omega dl, \quad (3.4)$$

<sup>1</sup> [Landau and Lifshits, 1971]  
 $R_c$ .

$r_L = m_e c^2 \gamma / e B$

где

$$F(\xi) = \xi \int_{\xi}^{\infty} K_{5/3}(x) dx, \quad (3.5)$$

$K_{5/3}$  функция Макдональда, и  $\xi = \omega/\omega_c$ . В результате изгибные фотоны будут иметь различные энергии, и, следовательно, различные длины свободного пробега  $l_{\gamma}$ . Более того, известно [Sturrock, 1971, Ruderman and Sutherland, 1975], что соотношения (3.1)–(3.2) для малых длин пробега  $l_{\gamma} \ll R$  дают

$$l_0 = \frac{8}{3\Lambda} R_c \frac{B_{cr}}{B} \frac{m_e c^2}{\hbar \omega}. \quad (3.6)$$

Здесь  $\Lambda = 15\text{--}20$  логарифмический фактор:  $\Lambda \approx \Lambda_0 - 3 \ln \Lambda_0$ , где

$$\Lambda_0 = \ln \left[ \frac{e^2}{\hbar c} \frac{\omega_B R_c}{c} \left( \frac{B_{cr}}{B} \right)^2 \left( \frac{m_e c^2}{\mathcal{E}_{ph}} \right)^2 \right] \sim 20. \quad (3.7)$$

## 3.2 ( )

Для определения темпа генерации вторичных частиц мы начинаем с одной частицы, движущейся вдоль магнитной силовой линии, пересекающей поверхность звезды на расстоянии  $r_0$  от оси. Согласно (3.4), эта первичная частица производит  $dN$  фотонов в диапазоне частот  $d\omega$  при прохождении расстояния  $dh$

$$dN_{ph}^{(1)} = \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \frac{e^2}{c R_c(h)} \frac{\gamma_e F(\omega/\omega_c)}{\hbar \omega} d\omega dh. \quad (3.8)$$

С другой стороны, частота  $\omega$  определяет длину свободного пробега  $l_{\gamma} = l_{\gamma}(\omega)$ , которая, в свою очередь, определяет расстояние на полярной шапке от магнитной оси до магнитной силовой линии  $r_{\perp}$ , на которой рождается вторичная пара

$$r_{\perp} = \left( 1 - \frac{3}{8} \frac{l_{\gamma}^2}{R^2} \right) r_0. \quad (3.9)$$

Заметим, что для дипольного магнитного поля это разложение не содержит поправок  $\propto h l_{\gamma}/R^2$  (и, определенно, не содержит члена  $\propto h^2/R^2$  при  $r_{\perp} = r_0$  для  $l_{\gamma} = 0$ ).

Как будет показано далее, ведущего члена в (3.9) достаточно в нашем рассмотрении. С другой стороны, для точного определения экспоненты в вероятности рождения пары  $w_1(\theta_b)$  (3.1) мы пользуемся точным выражением для угла  $\theta_b$  между магнитным полем  $\mathbf{B}$  и волновым вектором  $\mathbf{k}$ . В дипольном магнитном поле для  $\gamma$ -кванта, излученного тангенциально на высоте  $h$ , оно имеет вид

$$\theta_b = \frac{3}{4} \frac{r_0 l_{\gamma}}{R^2} f(h), \quad (3.10)$$

Таблица 3.1: Табуляция функции  $\mathcal{L}(x_0, x_\perp, h)$  (3.12) для  $x_0 = 0.6$  и при различных значениях  $x_\perp$ .

$h/R$	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
0.599	1.0	1.4	1.9	2.6	3.4	4.3	5.4	6.7
0.59	1.5	2.0	2.7	3.4	4.3	5.4	6.6	8.1
0.58	1.9	2.5	3.3	4.1	5.1	6.3	7.7	9.3

где корректирующая функция может быть записана как

$$f(h) = \left(1 + \frac{h}{R}\right)^{1/2} \left(1 + \frac{\mathcal{L}(h)l_0}{R} + \frac{h}{R}\right)^{-1}. \quad (3.11)$$

В дополнение к этому мы определяем еще одну корректирующую функцию  $\mathcal{L}(h)$  как

$$l_\gamma(l_0, h) = \mathcal{L}(h) l_0, \quad (3.12)$$

где

$$l_0(\omega) = \frac{32}{9\Lambda} \frac{R^2}{r_0} \frac{B_{\text{cr}}}{B_0} \frac{m_e c^2}{\hbar \omega} \quad (3.13)$$

есть длина пробега  $\gamma$ -кванта в случае  $l_\gamma \ll R$  и высотой старта  $h = 0$ . Коэффициент  $\mathcal{L}(h)$  из-за сильной нелинейности задачи при  $h \sim l_0 \sim R$  должен определяться численным интегрированием (3.2)

$$\int_0^{l_\gamma} w_l(h) dl = 1 \quad (3.14)$$

для вероятности  $w_l(h)$ , соответствующей точке старта  $h$ , в которой длина свободного пробега фотона равна  $l_\gamma$  (смотри Таблицу 2). Видно, что  $\mathcal{L} \rightarrow 1$  для  $h \rightarrow 0$  и  $l_\gamma \rightarrow 0$  ( $r_\perp \rightarrow r_0$ ). Наконец, для первичной частицы, движущейся вдоль магнитной силовой линии, имеем

$$R_c = \frac{4}{3} \frac{R^2}{r_0} \left(1 + \frac{h}{R}\right)^{1/2}. \quad (3.15)$$

В результате имеем распределение вторичных частиц по  $r_\perp$

$$dN_\pm^{(1)} = \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \frac{e^2}{\hbar c} \frac{\gamma_e F(\omega/\omega_c)}{R_c \omega} \frac{d\omega}{dr_\perp} dr_\perp dh. \quad (3.16)$$

Для определения производной  $d\omega/dr_\perp$  перепишем выражение (3.9) как

$$\frac{l_\gamma(\omega)}{R} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \frac{(r_0 - r_\perp)^{1/2}}{r_0^{1/2}}. \quad (3.17)$$

Это дает

$$\frac{1}{\omega} \frac{d\omega}{dr_{\perp}} = \frac{1}{2(r_0 - r_{\perp})} \left( 1 - \frac{\omega}{\mathcal{L}} \frac{d\mathcal{L}}{d\omega} \right)^{-1}. \quad (3.18)$$

В рамках нашего приближения (3.9) значение  $\mathcal{L}$  не зависит от  $\omega$  (длины свободного пробега  $l_0$  и  $l_{\gamma}$  в основном определяются экспонентой, которая в обоих случаях зависит от  $\omega$  как  $\omega^{-1}$ ), и, следовательно, далее мы не учитываем логарифмическую производную  $\omega/\mathcal{L}(d\mathcal{L}/d\omega)$ .

В результате мы получаем для линейного распределения вторичных частиц  $dN_{\pm}^{(1)} = n_{\pm}^{(1)}(x_{\perp}) dx_{\perp}$ , рожденных за счет одной первичной частицы, движущейся вдоль магнитной силовой линии, пересекающей полярную шапку на расстоянии от оси  $r_0$ ,

$$n_{\pm}^{(1)}(x_{\perp}) = \frac{3\sqrt{3} e^2 R_0}{16\pi \hbar c R} \frac{x_0}{(x_0 - x_{\perp})} \int_0^H \frac{dh}{R} \gamma_e(x_0, h) F(\xi), \quad (3.19)$$

где теперь

$$\xi = \frac{64\sqrt{2} B_{\text{cr}} R^3 (1 + h/R)}{27\sqrt{3}\Lambda B_0 \lambda R_0^2} \frac{\mathcal{L}(x_0, x_{\perp}, h)}{\gamma_e^3(x_0, h) x_0 \sqrt{x_0} \sqrt{x_0 - x_{\perp}}}. \quad (3.20)$$

Здесь мы вводим два безразмерных параметра

$$x_0 = \frac{r_0}{R_0}; \quad x_{\perp} = \frac{r_{\perp}}{R_0}. \quad (3.21)$$

Заметим, что выражение (3.19) не имеет особенности при  $x_{\perp} = x_0$ , так как аргумент  $\xi$  (3.20) стремится к бесконечности при  $x_{\perp} \rightarrow x_0$ , так что  $F(\xi) \rightarrow 0$ .

Что касается верхнего предела интегрирования  $H$ , он может быть положен равным бесконечности, потому что, как показано в Таблице 3.1, введенный выше параметр  $\mathcal{L}$  быстро растет с увеличением  $h$ . Следовательно, уже при  $h \sim R$  из-за большой величины аргумента  $\xi$  в (3.19) подынтегральное выражение становится экспоненциально мало. По этой причине далее мы не пишем верхнего предела интегрирования по  $h$ .

Наконец, если первичные частицы имеют 2D пространственное распределение  $dN_{\text{prim}} = n_{\text{prim}}(r_0, \varphi_m) r_0 dr_0 d\varphi_m$  по полярной шапке, мы получаем для 2D концентрации вторичных пар  $dN_{\pm}^{(1)} = n_{\pm}^{(1)}(r_{\perp}, \varphi_m) r_{\perp} dr_{\perp} d\varphi_m$

$$n_{\pm}^{(1)} = \frac{\sqrt{3} e^2}{2\pi \hbar c} \int_{r_{\perp}}^{R_0} r_0 dr_0 \int dh \frac{\gamma_e F(\omega/\omega_c)}{R_c \omega r_{\perp}} \frac{d\omega}{dr_{\perp}} n_{\text{prim}}. \quad (3.22)$$

Это дает

$$n_{\pm}^{(1)}(r_{\perp}, \varphi_m) = \frac{3\sqrt{3} e^2 R_0}{16\pi \hbar c R} \int_{x_{\perp}}^1 \frac{x_0^2 dx_0}{x_{\perp} (x_0 - x_{\perp})} \int \frac{dh}{R} \gamma_e(x_0, h) F(\xi) n_{\text{prim}}. \quad (3.23)$$

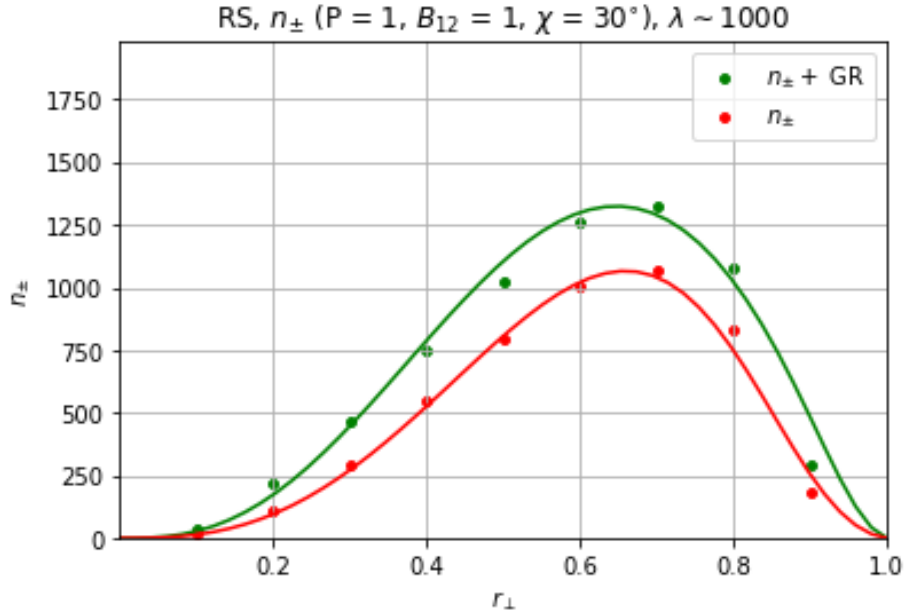


Рис. 3.1: 2D распределение вторичных частиц  $n_{\pm}(r_{\perp})$  (3.23), рожденных однородно распределенными первичными частицами  $n_{\text{prim}} = 1$  для обычного пульсара ( $P = 1$  s,  $B_{12} = 1$ ,  $\chi = 30^\circ$ ) с (верхняя кривая) и без (нижняя кривая) поправок общей теории относительности.

На Рисунке 3.1 показано 2D распределение вторичных частиц  $n_{\pm}(r_{\perp})$  (3.23), рожденных однородно распределенными первичными частицами  $n_{\text{prim}} = 1$  для обычного пульсара ( $P = 1$  s,  $B_{12} = 1$ ,  $\chi = 30^\circ$ ) с (верхняя кривая) и без (нижняя кривая) поправок общей теории относительности, описанных в Главе 1. Соответствующие множественности  $\lambda_{\text{GR}} = 845$  и  $\lambda = 651$ . Для определения релятивистских поправок мы выбираем значения  $M = 1.4 M_{\odot}$  для массы нейтронной звезды,  $R = 12$  км для радиуса, и  $I_r = 150 M_{\odot} \text{км}^2$  для момента инерции (смотри детали в Greif et al. 2020). Кривые при  $x_{\perp} \ll 1$  соответствуют асимптотическому поведению  $n_{\pm} \propto x_{\perp}^3$  (1.11), которое выполняется в полученных результатах.

Рассмотренный выше подход позволяет также оценить энергетический спектр вторичных частиц. Рассмотрим для начала спектр вторичных частиц, рожденных одной первичной частицей. Тогда выражение (3.16) переписывается в виде

$$dN_{\pm}^{(1)} = \frac{\sqrt{3} e^2 \gamma_e F(\omega/\omega_c)}{2\pi \hbar c R_c \omega} \frac{d\omega}{d\gamma_{\pm}} d\gamma_{\pm} dh. \quad (3.24)$$

С другой стороны, как можно показать переходом в систему отсчета, в которой  $\gamma$ -квант распространяется перпендикулярно внешнему магнитному полю, после почти мгновенного перехода на нижний уровень Ландау энергия вторичных частиц может быть записана как  $\gamma_{\pm} m_e c^2$ , где

$$\gamma_{\pm} = \frac{1}{\theta_b}. \quad (3.25)$$



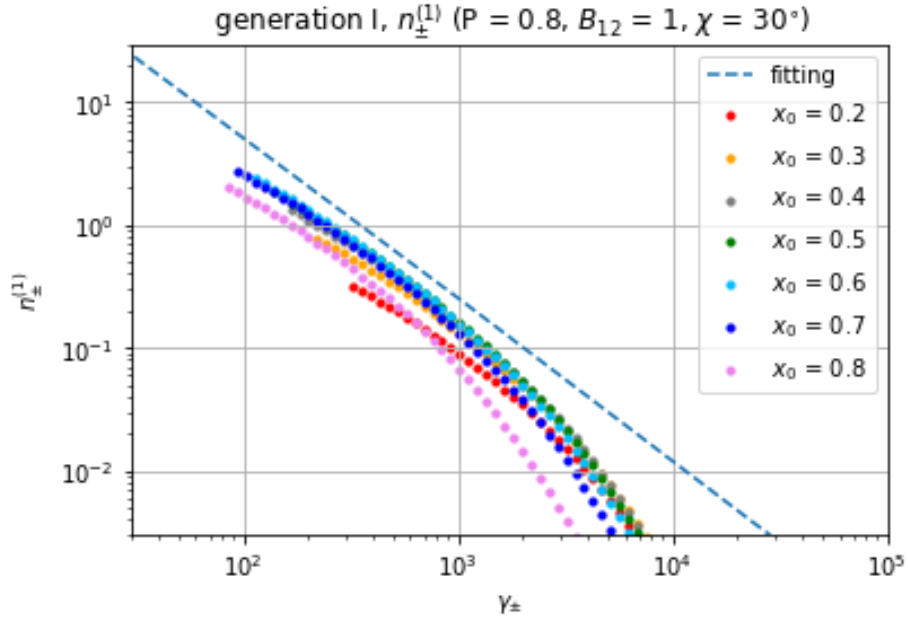


Рис. 3.2: Энергетическое распределение  $n_{\pm}^{(1)}(\gamma_{\pm})$  вторичных чатсиц поколения I (3.30) для различных расстояний  $x_0$  от магнитной оси при  $P = 0.8$  с, магнитном поле  $B_{12} = 1$ , и  $\chi = 30^\circ$ . Штриховая линия соответствует наклону  $\gamma_{\pm}^{-4/3}$ .

Значит, выражения (3.10) и (3.25) дают

$$\gamma_{\pm} = \frac{4}{3} \frac{R^2}{r_0 l_0} \frac{1}{\mathcal{L}(h)f(h)}, \quad (3.26)$$

так что

$$\frac{1}{\omega} \frac{d\omega}{d\gamma_{\pm}} = \frac{1}{\gamma_{\pm}}. \quad (3.27)$$

В результате мы получаем для первого (изгибного) поколения энергетическое распределение  $dN_{\pm}^{(1)}(\gamma_{\pm}) = n_{\pm}^{(1)}(\gamma_{\pm}) d\gamma_{\pm}$ , сгенерированное одной первичной частицей, распространяющейся по магнитной линии, пересекающей полярную шапку в точке  $x_0$ ,

$$n_{\pm}^{(1)}(\gamma_{\pm}) = \frac{3\sqrt{3}}{8\pi} \frac{e^2 R_0}{\hbar c R} \int \frac{dh}{R} \frac{\gamma_e(x_0, h)}{\gamma_{\pm}} x_0 F(\xi), \quad (3.28)$$

где

$$\xi = \frac{64}{27\Lambda} \frac{B_{cr}}{B_0} \frac{R^2}{\lambda R_0} \frac{\mathcal{L}(h)f(h)(1+h/R)}{x_0 \gamma_e^3(h)} \gamma_{\pm}. \quad (3.29)$$

Соответственно, для непрерывного распределения первичных частиц  $n_{\text{prim}}(x_0, \varphi)$  мы получаем энергетическое распределение вторичных частиц поколения I

$$n_{\pm}^{(1)}(\gamma_{\pm}) = \frac{3\sqrt{3}}{8\pi} \frac{e^2 R_0^2}{\hbar c R^2} x_{\perp} \gamma_{\pm}^{-1} \int \frac{dh}{R} \gamma_e(x_0, h) F(\xi) n_{\text{prim}}. \quad (3.30)$$

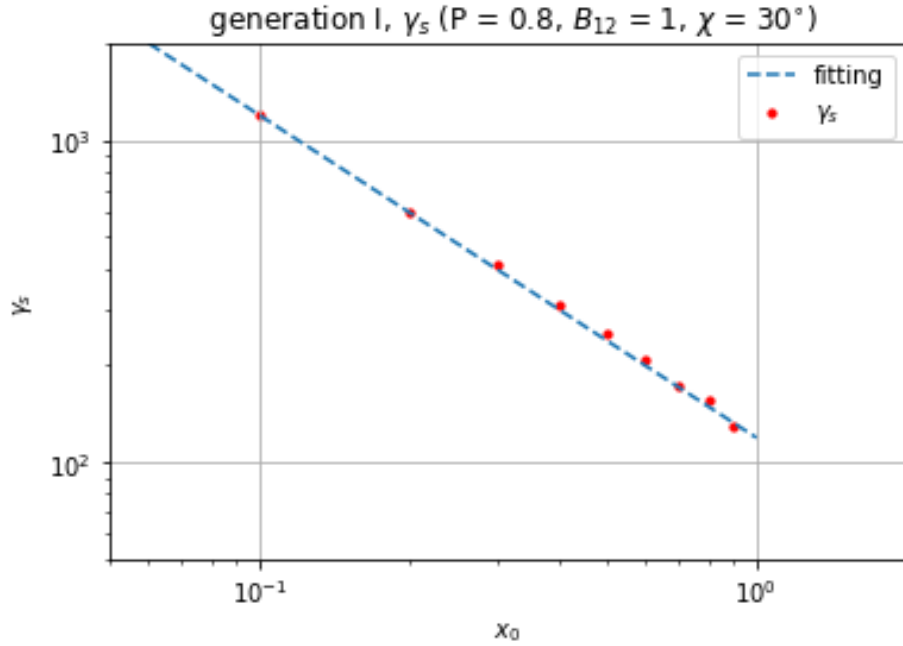


Рис. 3.3: Степенная зависимость эффективного лоренц-фактора  $\gamma_s = \langle 1/\gamma^3 \rangle^{-1/3}$  от расстояния  $x_0$  от магнитной оси (поколение I). Штриховая линия соответствует наклону  $\gamma_s = 120 x_0^{-1}$ .

На Рисунке 3.2 показано энергетическое распределение вторичных частиц  $n_{\pm}^{(1)}(\gamma_{\pm})$  (3.28) для разных расстояний  $x_0$  от магнитной оси при стандартном периоде  $P = 0.8$  с, магнитном поле  $B_{12} = 1$ , и  $\chi = 30^\circ$ . Видно, что при низких энергиях частиц выполнено соотношение  $n_{\pm}^{(1)}(\gamma_{\pm}) \propto \gamma_{\pm}^{-4/3}$  (сравни с Gurevich and Istomin 1985). Такое асимптотическое поведение может быть легко получено из соотношения (3.30), так как  $F\xi \propto \xi^{1/3}$  для  $\xi \ll 1$ . Отметим также резкий спад функции распределения на низких энергиях, когда магнитосфера становится прозрачной для  $\gamma$ -квантов. Как и ожидалось, полученные спектры полностью эквивалентны спектрам Hirschman and Arons [2001].

Далее, на Рисунке 3.3 показана зависимость эффективного лоренц-фактора  $\gamma_s = \langle 1/\gamma^3 \rangle^{-1/3}$  от расстояния  $x_0$  от магнитной оси. Линии соответствуют наклону  $\gamma_s = 90 x_0^{-1}$  в полном согласии со степенной зависимостью (1.12). Значит, оценка  $\langle \omega_{pe}^2/\gamma^3 \rangle \propto r_0^6$  (1.13) также остается верной.

### 3.3 ( )

Известно, что в процессе генерации вторичной плазмы значительную роль играют синхротронные фотоны, излученные вторичными парами [Daugherty and Harding, 1982, Gurevich and Istomin, 1985, Istomin and Sobyenin, 2007]. Вторичные частицы при рождении имеют ненулевой угол  $\theta_p$  между направлением движения и линией магнитного поля. Как было показано в Beskin [1982], Daugherty and Harding [1983], для не очень больших магнитных полей  $B_0 \sim 10^{12}$

Гс можно пользоваться классическим приближением

$$\theta_p = \theta_b, \quad (3.31)$$

где  $\theta_b$  дано ур-ием (3.10). Так как энергии вторичных частиц в момент их рождения  $\gamma_{\max} m_e c^2$  равны друг другу, то

$$\gamma_{\max} = \frac{1}{2} \frac{\hbar\omega}{m_e c^2}. \quad (3.32)$$

Для определения спектра частот  $\omega'$  синхротронных фотонов удобно начать со стандартного выражения для излучения от одной частицы (смотри, например, Istomin and Sobyenin 2007)

$$dN_{\text{ph}}^{(2)} = \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \frac{e^2}{\hbar c} \omega_B \frac{d\omega'}{\omega'} \int \theta(t) F(\omega'/\omega_s) dt, \quad (3.33)$$

где

$$\omega_s = \frac{3}{2} \omega_B \theta_1(t) \gamma_1^2(t), \quad (3.34)$$

и индекс 1 соответствует частицам первого поколения. Выражение для энергетических потерь через синхротронное излучение имеет вид [Landau and Lifshits, 1971]

$$\frac{d\gamma_1}{dt} = -\frac{2}{3} \frac{e^2}{m_e c^2} \frac{\omega_B^2}{c} \theta_1^2 \gamma_1^2. \quad (3.35)$$

Напомним, что время синхротронного высвечивания настолько мало, что можно предположить, что все синхротронные фотоны излучаются в точке рождения вторичной пары. Используя соотношение между текущим значением  $\gamma_1(t)$  и  $\theta_1(t)$

$$\frac{1}{\gamma_1^2} = 1 - \frac{v_{\parallel}^2}{c^2} (1 + \theta_1^2), \quad (3.36)$$

где  $v_{\parallel} = \text{const}$  ( $1 - v_{\parallel}^2/c^2 = 1/\gamma_{1\pm}^2$ ), что дает для  $v_{\parallel} \approx c$

$$\theta_1 \gamma_1^2 = \frac{\gamma_1}{\gamma_{1\pm}} (\gamma_1^2 - \gamma_{1\pm}^2)^{1/2}, \quad (3.37)$$

мы получаем число фотонов, генерируемых электрон-позитронной парой, рожденной одним изгибным  $\gamma$ -квантом с энергией  $\hbar\omega$ ,

$$dN_{\text{ph}}^{(2)} = 2 \frac{3\sqrt{3}}{4\pi} \frac{c}{\lambda \omega_B} \frac{d\omega'}{\omega'} \int_{\gamma_{1\pm}}^{\gamma_{\max}} \frac{\gamma_{1\pm} F(\omega'/\omega_s)}{\gamma_1 (\gamma_1^2 - \gamma_{1\pm}^2)^{1/2}} d\gamma_1. \quad (3.38)$$

Здесь отсутствие фотонов с высокой частотой  $\omega'$  для заданной энергии изгибного  $\gamma$ -кванта  $\hbar\omega$  (которая определяет максимальную частоту  $\omega_s$ ) связано с резким убыванием функции  $F(\omega'/\omega_s)$  при  $\omega' \gg \omega_s$ . Дополнительный фактор

2 учитывает тот факт, что в излучении синхротронных фотонов принимают участие и электрон, и позитрон.

Отметим следующее обстоятельство, позволяющее упростить последующие вычисления. Используя соотношение (3.32), можно найти, что отношение характерной частоты синхротронного фотона  $\omega_s$  (3.34), рожденного вторичной частицей, к частоте изгибного фотона  $\omega$ , родившей эту частицу,

$$\frac{\omega_s}{\omega} = \frac{3 B_0 \hbar \omega l_\gamma}{8 B_{\text{cr}} m_e c^2 R_c} \quad (3.39)$$

оказывается в точности равным  $\Lambda^{-1}$ . По этой причине, длина свободного пробега синхротронных фотонов в  $\Lambda$  раз больше длины свободного пробега изгибного фотона. Так как  $\Lambda \gg 1$ , можно пренебречь зависимостью длины свободного пробега от направления синхротронного излучения внутри конуса излучения, так как она меняется от  $(\Lambda + 1) l_0$  до  $(\Lambda - 1) l_0$ . Иными словами, мы предполагаем, что все синхротронные фотоны, излученные вторичной парой, излучаются на той же высоте  $h$ , что и  $\gamma$ -квант, породивший эту пару. По той же причине, определяя  $\omega_B$  через выражение (3.34), мы можем положить  $B = B_0$  (то есть игнорировать поправки связанные с  $h \neq 0$ ), так как синхротронные фотоны, приводящие к появлению вторичных пар на высоте  $h \sim R$ , излучаются вблизи поверхности нейтронной звезды, а синхротронные фотоны, излученные на высоте  $h \sim R$ , не приводят к рождению частиц.

В результате получаем 1D распределение частиц второго поколения  $dN_\pm^{(2)}(x_\perp)$ , рожденных одной первичной частицей, движущейся вдоль магнитной силовой линии  $x_0$ ,

$$dN_\pm^{(2)}(x_\perp) = \frac{27 e^2 B_{\text{cr}} R_0}{32 \pi^2 \hbar c B_0 R} \frac{x_0 dx_\perp}{(x_0 - x_\perp)} \int \frac{dh}{R} \gamma_e(h, x_0) \int_0^\infty \frac{d\xi}{\xi} F(\xi) \int_1^{g_{\text{max}}} \frac{F(\xi')}{g \sqrt{g^2 - 1}} dg, \quad (3.40)$$

где мы вводим две безразмерные переменные  $\xi = \omega/\omega_c$  и  $g = \gamma_1/\gamma_{1\pm}$ . Соответственно,  $\xi' = \xi'(g, \xi, x_\perp, h)$  может быть записано как

$$\xi' = \frac{1024 \sqrt{2} B_{\text{cr}}^3 R^2}{729 \sqrt{3} \Lambda^2 B_0^3 \lambda R_0 \gamma_e^3} \frac{1}{x_0 \sqrt{x_0} \sqrt{x_0 - x_\perp}} \frac{\mathcal{L}^2(x_0, x_\perp, h) f(h)}{\xi} \frac{1}{g \sqrt{g^2 - 1}} (1 + h/R)^{3/2}. \quad (3.41)$$

В (3.40) нет сингулярности при  $x_\perp = x_0$ , так как  $\xi' \rightarrow \infty$  при  $x_\perp \rightarrow x_0$ .

Далее,

$$g_{\text{max}} = \frac{4 B_{\text{cr}}}{3 \Lambda B_0} \mathcal{L}(x_0, x_\perp, h) f(h). \quad (3.42)$$

Отметим, что нарушение условия  $g_{\text{max}} > 1$ , происходящее при достаточно больших магнитных полях, соответствует хорошо известному режиму рождения пар на нижние уровни Ландау [Beskin, 1982, Daugherty and Harding, 1983, Istomin and Sobyenin, 2007], когда не имеет места синхротронное излучение вторичными

частицами. Таким образом, при выполнении условия  $g_{\max} < 1$  производство вторичных частиц отсутствует. Наконец, как было отмечено ранее, верхний предел интегрирования по  $h$  определяется ростом функции  $\mathcal{L}(h)$ .

Кроме того, распределение по лоренц-факторам  $\gamma_{\pm}$  имеет вид

$$dN_{\pm}^{(2)}(\gamma_{\pm}) = \frac{27}{16} \frac{e^2 B_{\text{cr}} R_0 x_0}{\pi^2 \hbar c B_0 R} \frac{d\gamma_{\pm}}{\gamma_{\pm}} \int \frac{dh}{R} \gamma_e(h, x_0) \int_0^{\infty} \frac{d\xi}{\xi} F(\xi) \int_1^{g_{\max}} \frac{F(\xi')}{g\sqrt{g^2-1}} dg, \quad (3.43)$$

где  $\xi = \omega/\omega_c$ , так что

$$\xi'(\xi, \gamma_{\pm}) = \frac{1024}{729} \frac{B_{\text{cr}}^3 R^2}{\Lambda^2 B_0^3 \lambda R_0 \gamma_e^3} \frac{1}{x_0} \frac{\mathcal{L}^2(h) f^2(h)}{\xi} \frac{\gamma_{\pm} (1 + h/R)^{3/2}}{g\sqrt{g^2-1}}. \quad (3.44)$$

Наконец, если вторичные частицы имеют 2D пространственное распределение  $dN^{(1)} = n^{(1)}(r_0, \varphi_m) r_0 dr_0 d\varphi_m$  по полярной шапке, то 2D концентрация вторичных пар  $dN_{\pm}^{(2)} = n_{\pm}^{(2)}(r_{\perp}, \varphi_m) r_{\perp} dr_{\perp} d\varphi_m$

$$n_{\pm}^{(2)}(x_{\perp}, \varphi_m) = \frac{27}{32} \frac{e^2 B_{\text{cr}} R_0}{\pi^2 \hbar c B_0 R} \int_{x_{\perp}}^1 \frac{n^{(1)} x_0^2 dx_0}{x_{\perp} (x_0 - x_{\perp})} \int \frac{dh}{R} \gamma_e(h, x_0) \int_0^{\infty} \frac{d\xi}{\xi} F(\xi) \int_1^{g_{\max}} \frac{F(\xi')}{g\sqrt{g^2-1}} dg, \quad (3.45)$$

где  $\xi'$  задано (3.41).

На Рисунке 3.4 показан энергетический спектр второго (синхротронного) поколения для тех же параметров, что и на Рисунке 3.2. Соответственно, на Рисунке 3.5 показана зависимость эффективного лоренц-фактора  $\gamma_s = \langle 1/\gamma^3 \rangle^{-1/3}$  от расстояния  $x_0$  от магнитной оси. Видно, что степенная зависимость  $n_{\pm}^{(2)} \propto \gamma_{\pm}^{-1}$  выполняется с хорошей точностью. Более того, эта зависимость оказывается универсальной и не зависящей от поколения.

Далее, в Таблице 3.2 показан параметр множественности  $\lambda$  для двух поколений и при различных значениях  $x_0$  первичной частицы. Видно, что если для достаточно быстрых пульсаров ( $P = 0.8$  с) параметр множественности  $\lambda$  второго поколения значительно превышает множественность первого поколения, то для пульсаров, расположенных вблизи "линии смерти" ( $P = 1.2$  с), они практически сравниваются. Во втором случае магнитосфера становится прозрачной для большинства синхротронных фотонов, и, значит, несмотря на их количество, только малая часть ведет к рождению вторичных пар.

Кроме того, на Рисунке 3.6 показана полная множественность  $\lambda_I + \lambda_{II}$  от двух поколений для пульсаров с периодами  $P = 0.8$  с и  $P = 1$  с как функция координаты  $x_0$ . Как показано выше, эта сумма описывает полную концентрацию  $n_{\pm}$  вторичной плазмы. Штриховые линии показывают выполнимость соотношения  $n_{\pm} \propto x_0^3$  при малых  $x_0$ . Соответственно, сплошные линии показывают как параметр  $\langle \omega_{\text{pe}}^2/\gamma^3 \rangle$  зависит от  $x_0$ .

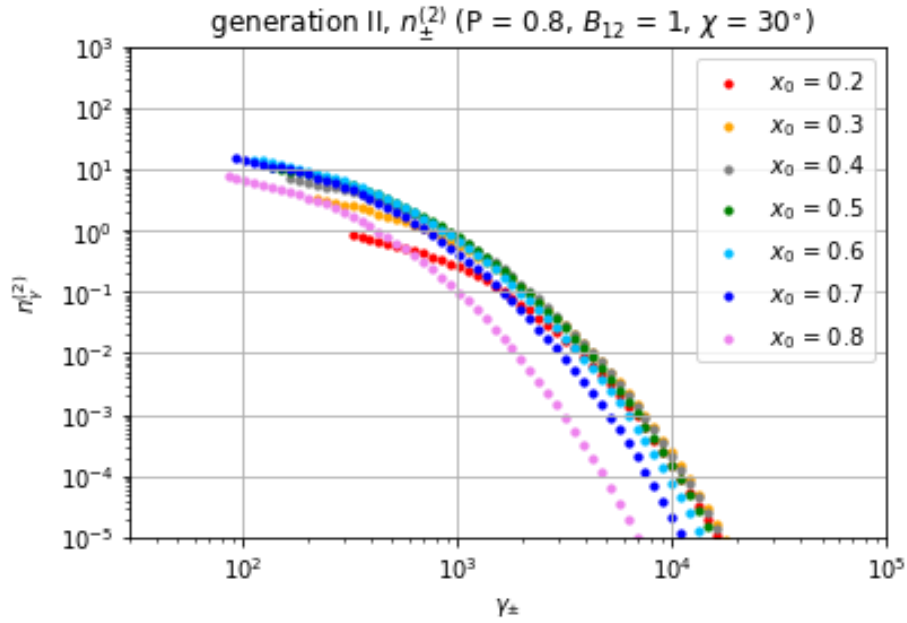


Рис. 3.4: Энергетическое распределение  $n_{\pm}^{(2)}(\gamma_{\pm})$  вторичных частиц поколения II (3.30) для различных расстояний  $x_0$  от магнитной оси при  $P = 0.8$  с, магнитном поле  $B_{12} = 1$ , и  $\chi = 30^\circ$ .

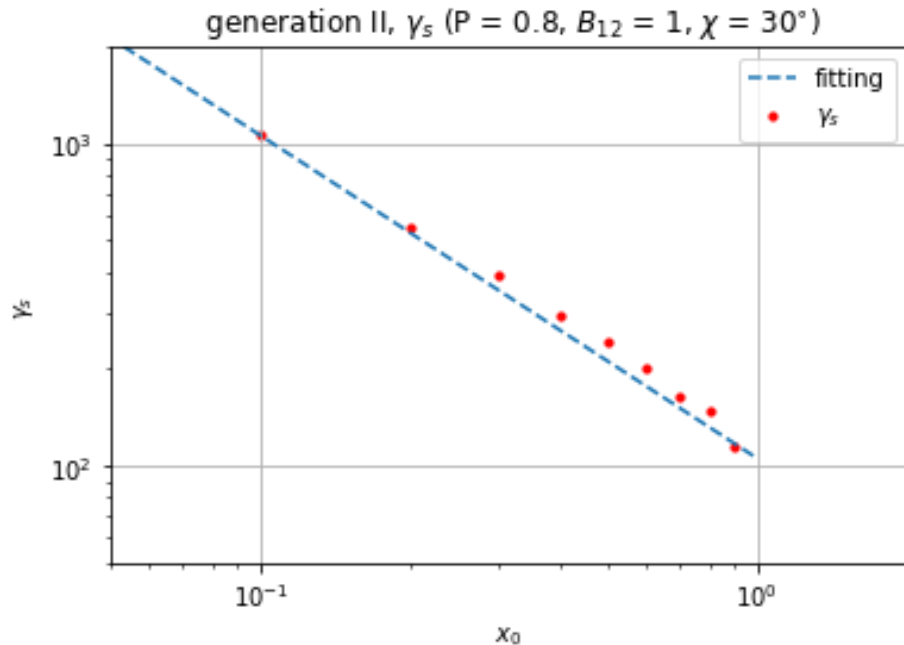


Рис. 3.5: Степенная зависимость эффективного лоренц-фактора  $\gamma_s = \langle 1/\gamma^3 \rangle^{-1/3}$  от расстояния  $x_0$  (поколение II). Линия соответствует наклону  $\gamma_s = 105 x_0^{-1}$ .

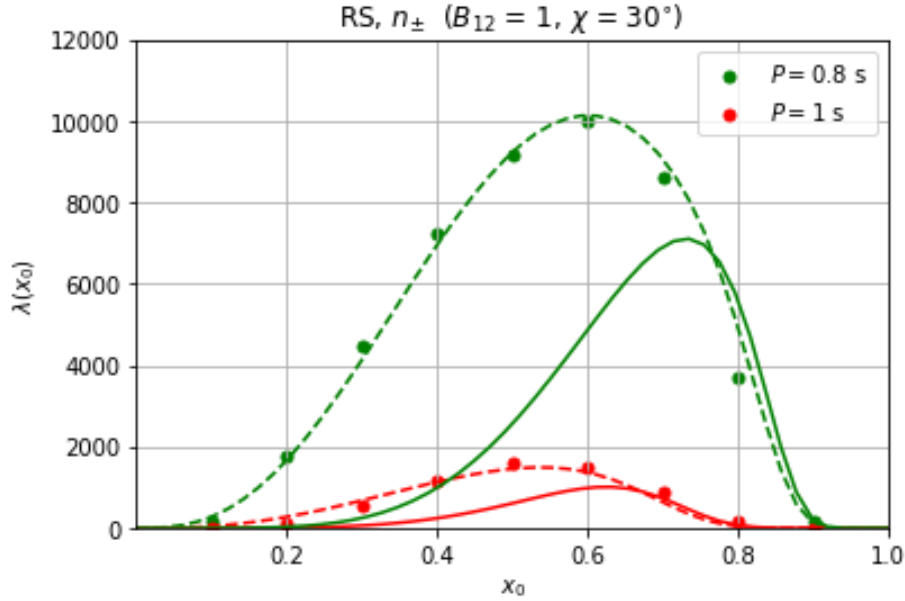


Рис. 3.6: Полная множественность  $\lambda g(r_{\perp}) = \lambda_I + \lambda_{II}$  от двух поколений для пульсаров с периодами  $P = 0.8$  с и  $P = 1$  с как функция координаты  $x_0$ . Штриховые линии показывают выполнимость соотношения  $n_{\pm} \propto x_0^3$  при малых  $x_0$ . Сплошные линии показывают зависимость параметра  $\langle \omega_{pe}^2 / \gamma^3 \rangle$  от  $x_0$ .

Таблица 3.2: Параметр множественности  $\lambda$  для двух поколений I и II при различных значениях  $x_0$  для первичной частицы ( $B_{12} = 1$ ).

Пок.	$P = 0.8$ s		$P = 1.0$ s		$P = 1.2$ s	
	I	II	I	II	I	II
0.1	81	59	2	0	0	0
0.2	491	1279	69	50	0	0
0.3	869	3598	225	326	4	1
0.4	1169	6047	385	801	14	6
0.5	1350	7801	469	1126	20	10
0.6	1443	8568	457	1057	16	8
0.7	1356	7285	320	565	6	2
0.8	825	2882	90	82	0	0
0.9	78	67	0	0	0	0
всего	803	4055	209	419	6	3

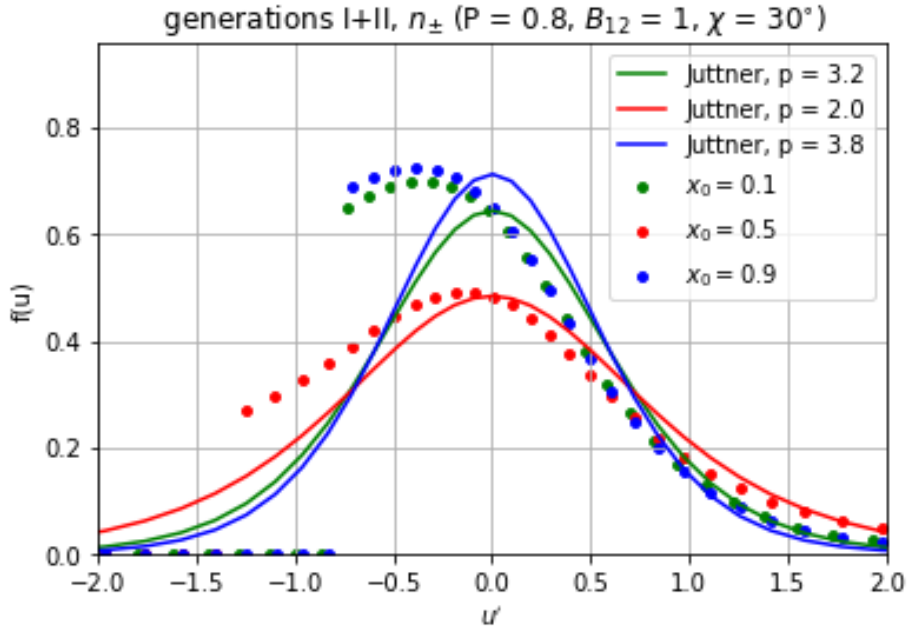


Рис. 3.7: Распределения вторичных частиц как функции их продольного 4-импульса  $u'$  в системе покоя плазмы для трех значений  $x_0$ . Кривые линии соответствуют распределениям Ютнера.

Наконец, на Рисунке 3.7 показаны полные (поколения I и II) распределения вторичных частиц как функции их продольного 4-импульса  $u'$  в системе покоя плазмы ( $\langle u' \rangle = 0$ ) для трех значений  $x_0 = 0.1, 0.5, \text{ и } 0.9$ . Кривые линии соответствуют распределениям Ютнера [Rafat et al., 2019]

$$F(u') = \frac{e^{-p\gamma'}}{2K_1(p)}, \quad (3.46)$$

с подходящими параметрами  $p$ . Здесь  $\gamma' = [1 + (u')^2]^{1/2}$  и  $\int F(u') du' = 1$ . Видно, что хотя полученные распределения близки к распределениям Ютнера, они отличаются заметной несимметричностью [Mikhaýlenko et al., 2021]. Для всех значений  $x_0$  (и для периодов пульсаров  $P \approx 1$  с) параметры  $p$  содержатся в  $1 < p < 5$ , в полном соответствии с результатами, полученными Arendt and Eilek [2002]. Значит, температура вторичной плазмы  $T$  все еще меньше энергии покоя:  $T < m_e c^2$ .



# Формирование трехгорбых профилей

Определив концентрацию истекающей плазмы, мы можем перейти к нашей главной задаче, а именно к определению средних профилей, сформированных О-модой, с учетом возможного отражения волны из-за значительного уменьшения плотности вторичной плазмы вблизи магнитной оси. Здесь мы следуем Nakobyan and Beskin [2014], где был разработан метод определения формы радиоизображения в картинной плоскости как функции фазы пульсара  $\phi$ . Это дает возможность изучить изменение размера и движение изображения по картинной плоскости. Что касается формы среднего профиля, она может быть получена интегрированием интенсивности изображения по картинной плоскости. К тому же, могут быть рассмотрены различные положения области излучения  $r_{\text{rad}}$  и различные энергетические спектры вторичной плазмы. Энергетический спектр определяет ширину диаграммы направленности, и, значит, возможность наблюдать радиоизлучение при заданном положении наблюдателя относительно направления магнитной силовой линии.

Таким образом, следуя Nakobyan and Beskin 2014, мы предполагаем, что интенсивность радиоизлучения пропорциональна плотности плазмы  $n_e(\mathbf{r})$  в точке излучения  $\mathbf{r}$ , которая, в свою очередь, может быть легко определена, зная найденный выше профиль плотности (1.2). В самом деле, значительное преломление О-моды имеет место лишь на малых расстояниях от звезды  $r < r_0$ , где [Barnard and Arons, 1986, Beskin et al., 1988]

$$r_0 \sim 10^2 R \lambda_4^{1/3} \gamma_{100}^{1/3} B_{12}^{1/3} \nu_{\text{GHz}}^{-2/3} P^{1/5}. \quad (4.1)$$

Для рассматриваемых нами пульсаров эти расстояния в сотни раз меньше радиуса светового цилиндра  $R_L = c/\Omega \sim 10^4 R$ . Это позволяет нам ограничиться моделью твердотельно вращающегося диполя, что дает возможность найти плотность  $n_e$  в любой точке области открытых силовых линий. Наконец, поскольку все перечисленные в Таблице 1.1 пульсары с О-модой имеют углы наклона не близкие к  $90^\circ$ , мы можем предположить осесимметричное распределение плотности истекающей плазмы, то есть что  $g = g(r_\perp)$ .

Преломление О-моды и, значит, средний профиль наблюдаемого излучения также значительно зависят от концентрации плазмы. Таким образом, профиль плотности истекающей плазмы (1.2) является первым важным параметром рассматриваемой задачи. Еще раз подчеркнем, что в отличие от всех предыдущих работ здесь профиль плотности не является свободным параметром, а определяется самосогласованно.

Вторым важным параметром является ширина излучения для каждого излучающего элемента относительно направления магнитного поля,  $\theta_{\text{rad}}$ . Мы берем этот угол равным  $\theta_{\text{rad}} = \gamma^{-1}(r_{\perp})$ , где  $\gamma(r_{\perp})$  средний лоренц-фактор для данной магнитной линии. Отметим, что здесь впервые учитывается зависимость среднего лоренц-фактора от  $r_{\perp}$ . Таким образом, ассоциируя наблюдаемое радиоизлучение с истекающей вторичной плазмой, мы предполагаем, что интенсивность излучения пропорциональна

$$d(\theta_b) = n_e(\mathbf{r}) \exp(-\gamma^2 \theta_b^2), \quad (4.2)$$

где  $\theta_b$  угол между линией магнитного поля и направлением распространения луча.

Наконец, так как излучение на заданной частоте может быть сгенерировано в широком диапазоне высот  $r_{\text{rad}}$ , мы используем дополнительную параметризацию

$$h(r) = \exp \left[ -A \frac{(r - r_{\text{rad}})^2}{r_{\text{rad}}^2} \right]. \quad (4.3)$$

Здесь  $r_{\text{rad}}$  и  $A$  являются третьим и четвертым параметрами рассматриваемой задачи и позволяют нам учитывать вклад различных высот. Когда  $A \gg 1$ , излучение генерируется лишь в узком диапазоне высот,  $r \approx r_{\text{rad}}$ . В этом случае параметр  $r_{\text{rad}}$  также не является свободным, поскольку он определяется наблюдаемой шириной среднего профиля для данного пульсара.

В результате мы предполагаем, что относительный вклад элемента  $dl$  вдоль луча в полную интенсивность в данной точке  $\mathbf{r}(l)$  траектории с углом  $\theta_b$  к магнитному полю пропорционален  $g(\mathbf{r})d(\theta_b)h(\mathbf{r})$ . Рассматривая параллельные лучи, одновременно пересекающие картинную плоскость перпендикулярную к направлению к наблюдателю, мы можем, интегрируя уравнения геометрической оптики

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{r}}{dl} &= \frac{\partial(k/n_2)}{\partial \mathbf{k}}, \\ \frac{d\mathbf{k}}{dl} &= -\frac{\partial(k/n_2)}{\partial \mathbf{r}}, \end{aligned} \quad (4.4)$$

назад к вращающейся нейтронной звезде, определить относительную интенсивность лучей, проходящих через различные точки картинной плоскости. Коэффициент преломления  $n_2 = n_2(n_e, \theta_b)$  определяется соотношением (1.1). Различные моменты начала интегрирования могут быть ассоциированы с наблюдаемой фазой импульса  $\phi$ . В этой работе мы не обсуждаем форму изображения и его

движение по картинной плоскости (смотри детали в Nakobyan and Beskin 2014), а изучаем лишь зависимость полной интенсивности от фазы импульса  $\phi$ .

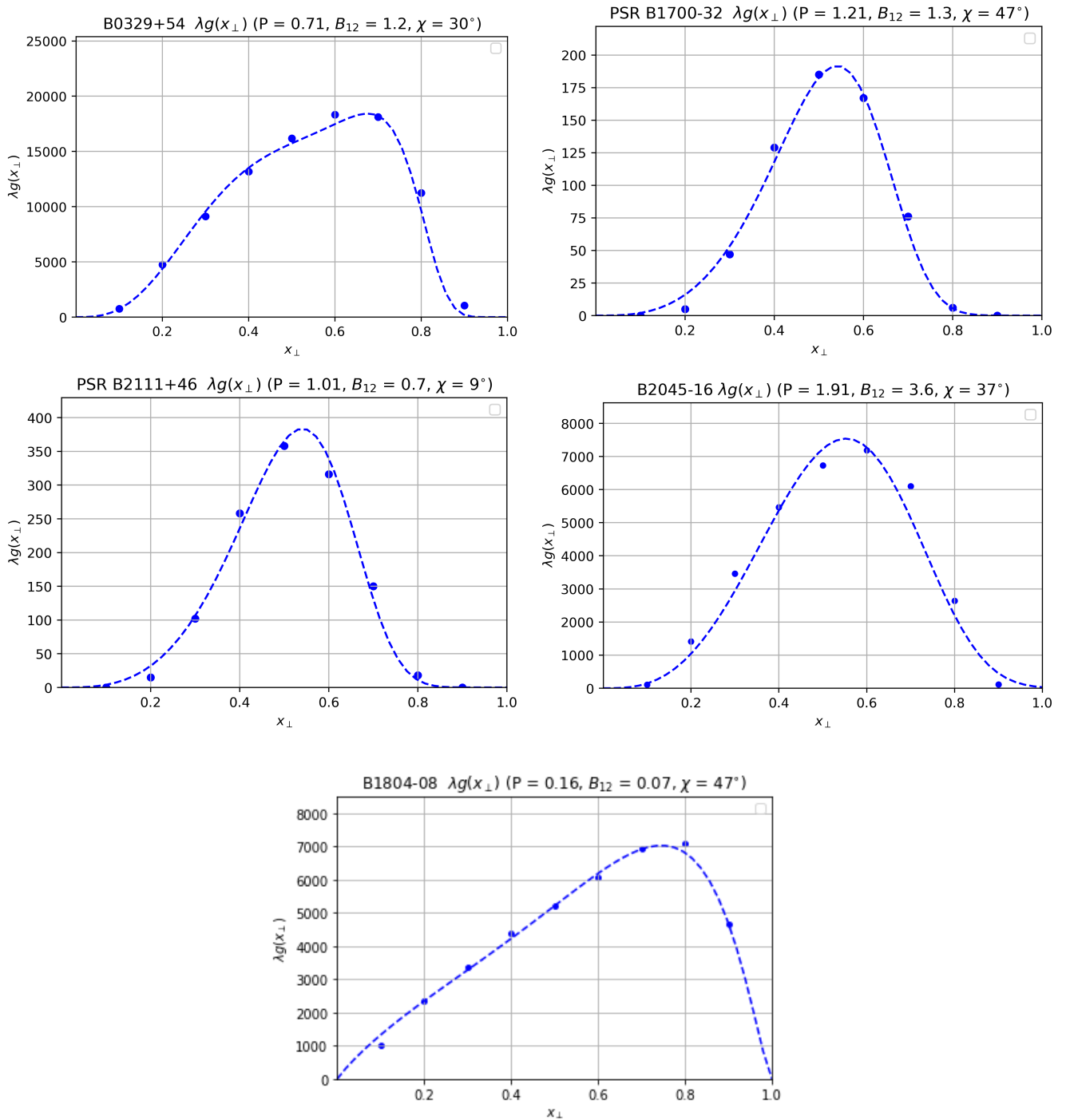


Рис. 4.1: Профили плотности  $\lambda g(r_{\perp}) = \lambda_I + \lambda_{II}$  для пяти пульсаров с О-модой, перечисленных в Таблице 4.1.

Рисунок 4.1 показывает профили плотности  $\lambda g(r_{\perp}) = \lambda_I + \lambda_{II}$  для пяти пульсаров с О-модой, перечисленных в Таблице 4.1. Штриховые линии соответствуют кривым, используемым в дальнейших вычислениях. Видно, что во всех случаях зависимость  $g(r_{\perp}) \propto r_{\perp}^3$  при малых  $r_{\perp}$  выполняется с хорошей точностью. Что касается нарушения этого соотношения для пульсаров B0329+4544 и B1804–08, это свойство, как было отмечено ранее, связано с их малыми пе-

Таблица 4.1: Параметры трехгорбых пульсаров с O-модой, рассматриваемых в работе.

	V0329+54	V1700−32	V1804−08	V2045−16	V2111+46
$P(\text{с})$	0.71	1.21	0.16	1.96	1.01
$\dot{P}_{-15}$	2.05	0.66	0.03	11.0	0.71
$\chi(^{\circ})$	30	47	47	46	9
$B_{12}$	1.2	1.3	0.07	3.6	0.7
$\lambda$	$10^4$	60	4000	3500	110
$k(1.12)$	1.3	1.1	1.2	1.1	1.2

риодами  $P$ . В Таблице 4.1 указаны значения множественности  $\lambda$  и факторы  $k$  (1.12), которые определяют зависимость  $\gamma(r_{\perp}) \propto r_{\perp}^{-1}$  (1.12); это соотношение, как показано выше, выполняется с хорошей точностью.

На Рисунке 4.2 показано сравнение результатов наблюдений трехгорбых средних профилей радиопульсаров с результатами моделирования по описанному выше методу. При расчете учтены профили плотности, показанные на Рисунке 4.1. Данные наблюдений взяты из работ von Hoensbroech and Xilouris [1997] и Gould and Lyne [1998]. Во всех случаях значение интенсивности нормировано на интенсивность центрального пика. Свободные параметры  $r_{\text{rad}}$  и  $A$ , отвечающие за положение и размер области излучения, подобраны так, чтобы ширина профиля и высота боковых максимумов были наиболее близки к результатам наблюдений.

Как видно из Рисунка 4.2, значительное уменьшение плотности истекающей плазмы вблизи центра полярной шапки действительно приводит к формированию трехгорбой структуры профиля интенсивности. При этом в случае излучения на достаточно близком к нейтронной звезде расстоянии (как в случае V2111+46) возможно формирование дополнительных максимумов, ассоциируемых с многократным преломлением O-моды от областей повышенной плотности плазмы.

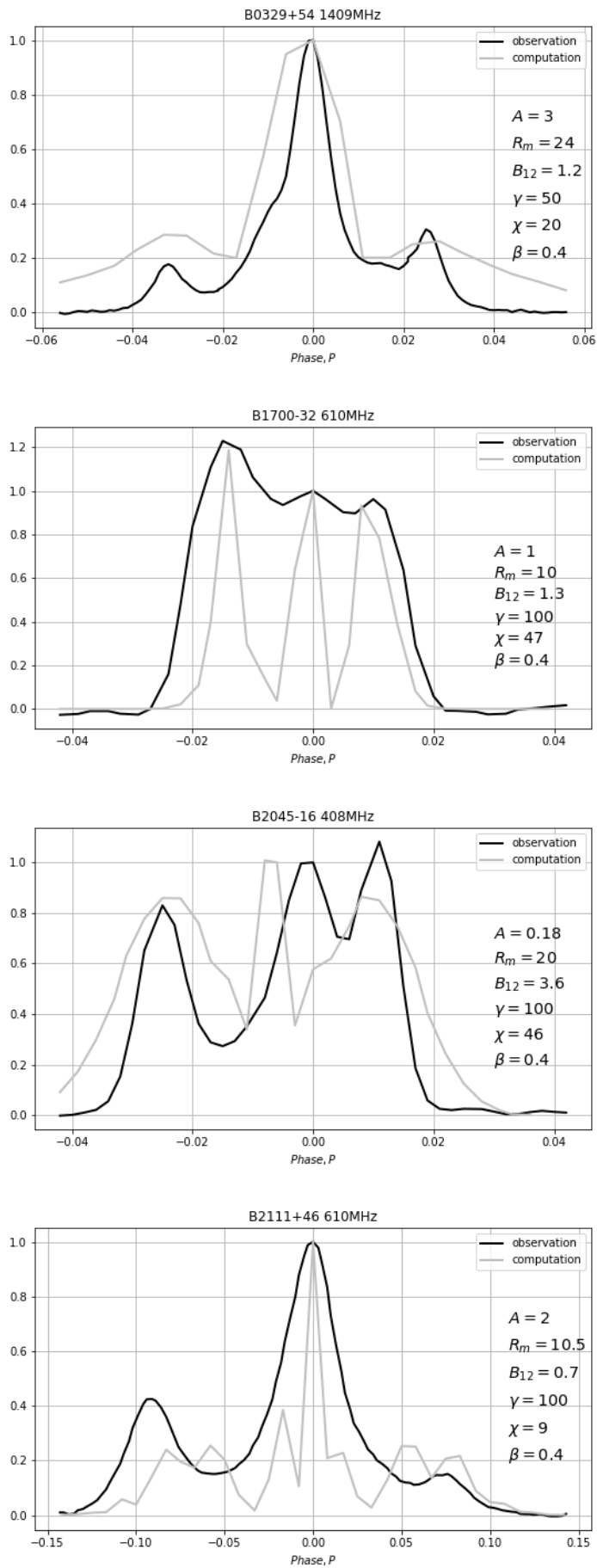


Рис. 4.2: Сравнение наблюдаемых трехгорбых средних профилей с результатами моделирования по описанному методу с учетом профилей плотности из Рисунка 4.1.

# Заключение

Исследован сценарий формирования трехгорбой структуры профиля интенсивности радиопульсара за счет лишь обыкновенной волны. Изучено влияние эффектов преломления  $O$ -моды из-за значительного уменьшения плотности вторичной плазмы вблизи магнитной оси.

Для моделирования преломления обыкновенной волны определены пространственные и энергетические распределения плотности числа вторичных частиц по полярной шапке. Впервые получена зависимость плотности частиц от расстояния от магнитной оси. При определении распределений учтены вторичные пары двух поколений, рождающиеся за счет изгибных и синхротронных фотонов. Получены как общие выражения, применимые для произвольной структуры ускоряющего потенциала и произвольного распределения первичных частиц по шапке радиопульсара, так и результаты расчетов для конкретного устройства потенциала и однородного распределения первичных частиц.

С помощью метода, описанного в Nakobyan and Beskin [2014], с учетом полученных распределений вторичных частиц смоделированы профили интенсивности для пульсаров, наблюдаемые профили которых сформированы за счет лишь  $O$ -моды. Полученные профили имеют ожидаемую трехгорбую структуру. Продемонстрировано хорошее согласие полученных результатов с данными наблюдений.

# Список литературы

- A. S. Andrianov and V. S. Beskin. Limiting polarization effects a key link in investigating the mean profiles of radio pulsars. *Astronomy Letters*, 36:248–259, 2010.
- P. N. Arendt and J. A. Eilek. Pair Creation in the Pulsar Magnetosphere. *The Astrophysical Journal*, 581:451–469, 2002.
- J. J. Barnard. Probing the magnetic field of radio pulsars - A reexamination of polarization position angle swings. *The Astrophysical Journal*, 303:280–291, 1986.
- J. J. Barnard and J. Arons. Wave propagation in pulsar magnetospheres - Refraction of rays in the open flux zone. *The Astrophysical Journal*, 302:138–162, 1986.
- L. D. Berestetsky, E. M. Lifshits, and L. P. Pitaevsky. *Quantum Electrodynamics*. Pergamon Press, Oxford, 1971.
- V. S. Beskin. Pair creation in a strong magnetic field. *Astrophysics*, 18(3):266–272, 1982.
- V. S. Beskin. General Relativity Effects on Electrodynamic Processes in Radio Pulsars. *Sov. Astron. Lett.*, 16:286, 1990.
- V. S. Beskin and A. A. Philippov. On the mean profiles of radio pulsars - I. Theory of propagation effects. *MNRAS*, 425:814–840, 2012.
- V. S. Beskin, A. V. Gurevich, and Y. N. Istomin. Theory of the radio emission of pulsars. *ApSS*, 146:205–281, 1988.
- V. S. Beskin, A. V. Gurevich, and Y. N. Istomin. *Physics of the Pulsar Magnetosphere*. Cambridge University Press, Cambridge, 1993.
- M. Blaskiewicz, J. M. Cordes, and I. Wasserman. A relativistic model of pulsar polarization. *The Astrophysical Journal*, 370:643–669, 1991.
- A. F. Cheng and M. A. Ruderman. A theory of subpulse polarization patterns from radio pulsars. *The Astrophysical Journal*, 229:348–360, 1979.
- J. K. Daugherty and A. K. Harding. Electromagnetic cascades in pulsars. *The Astrophysical Journal*, 252:337–347, 1982.

- J. K. Daugherty and A. K. Harding. Pair production in superstrong magnetic fields. *The Astrophysical Journal*, 273:761–773, 1983.
- J. Dyks. Altitude-dependent polarization in radio pulsars. *MNRAS*, 391:859–868, 2008.
- A. K. Galishnikova, A. A. Philippov, and V. S. Beskin. Simulations of the radio polarization of a precessing pulsar PSR J1906+0746. *MNRAS*, 497:2831–2838, 2020.
- P. Goldreich and W. H. Julian. Pulsar Electrodynamics. *The Astrophysical Journal*, 157:869, 1969.
- D. M. Gould and A. G. Lyne. Multifrequency polarimetry of 300 radio pulsars. *MNRAS*, 301:235–260, 1998.
- S. K. Greif, K. Hebeler, J. M. Lattimer, C. J. Pethick, and A. Schwenk. Equation of state constraints from nuclear physics, neutron star masses, and future moment of inertia measurements. *The Astrophysical Journal*, 901(2):155, 2020.
- A. V. Gurevich and Y. N. Istomin. Generation of electron-positron plasma in a pulsar’s magnetosphere. *Sov. Phys. JETP*, 62:1–11, 1985.
- H. L. Hakobyan and V. S. Beskin. The shapes of pulsar radio pulses in the plane of the sky. *Astron. Rep.*, 58:889–896, 2014.
- H. L. Hakobyan, V. S. Beskin, and A. A. Philippov. On the mean profiles of radio pulsars II: Reconstruction of complex pulsar light-curves and other new propagation effects. *MNRAS*, 469:2704–2719, 2017.
- T. H. Hankins and J. M. Rankin. Arecibo Multi-Frequency Time-Aligned Pulsar Average-Profile and Polarization Database. *AJ*, 139:168–175, 2010.
- A. K. Harding and A. G. Muslimov. Particle acceleration zones above pulsar polar caps: Electron and positron pair formation fronts. *The Astrophysical Journal*, 508(1):328–346, 1998.
- J. A. Hirschman and J. Arons. Polarization Sweeps in Rotation-powered Pulsars. *The Astrophysical Journal*, 546:382–393, 2001.
- Y. N. Istomin and D. N. Sobyanin. Electron-positron plasma generation in a magnetar magnetosphere. *Astron. Lett.*, 33:660–672, 2007.
- M. P. Kennett, D. B. Melrose, and Q. Luo. Cyclotron effects on wave dispersion in pulsar plasmas. *J. Plasma Phys.*, 64:333–352, 2000.
- L. D. Landau and E. M. Lifshits. *The Classical Theory of Fields*. Pergamon Press, Oxford, 1971.



- A. G. Lyne and R. N. Manchester. The shape of pulsar radio beams. *MNRAS*, 234: 477–508, 1988.
- Y. E. Lyubarskii and S. A. Petrova. Refraction of radio waves in pulsar magnetospheres. *AA*, 333:181–187, 1998.
- Z. Medin and D. Lai. Pair cascades in the magnetospheres of strongly magnetized neutron stars. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 406:1379–1404, 2010.
- D. B. Melrose and Q. Luo. Circular polarization in pulsar radio emission due to intrinsically relativistic effects. *J. Plasma Phys.*, 352:915–923, 2004.
- A. B. Mikhailovskii, O. G. Onishchenko, G. I. Suramlishvili, and S. E. Sharapov. The Emergence of Electromagnetic Waves from Pulsar Magnetospheres. *Soviet Astronomy Letters*, 8:369–371, 1982.
- A. G. Mikhaylenko, V. S. Beskin, and Y. N. Istomin. On the thermal effects on radio waves propagating in the pulsar magnetosphere. *J. Plasma Phys.*, 87:905870105, 2021.
- A. G. Muslimov and A. I. Tsygan. General relativistic electric potential drops above pulsar polar caps. *MNRAS*, 255:61–70, 1992.
- E. M. Novoselov, V. S. Beskin, A. K. Galishnikova, M. M. Rashkovetskyi, and A. V. Biryukov. Orthogonal pulsars as a key test for pulsar evolution. *MNRAS*, 494: 3899–3911, 2020.
- L. Oster and W. Sieber. Pulsar geometries. III - The hollow-cone model. *The Astrophysical Journal*, 210:220–229, 1976.
- S. A. Petrova. Statistics of the individual-pulse polarization based on propagation effects in the pulsar magnetosphere. *MNRAS*, 368:1764–1772, 2006.
- S. A. Petrova and Y. E. Lyubarskii. Propagation effects in pulsar magnetospheres. *AA*, 355:1168–1180, 2000.
- A. Philippov, A. Timokhin, and A. Spitkovsky. Origin of Pulsar Radio Emission. *Phys. Rev. Lett.*, 124:245101, 2020.
- A. A. Philippov, A. Spitkovsky, and B. Cerutti. Ab Initio Pulsar Magnetosphere: Three-dimensional Particle-in-cell Simulations of Oblique Pulsars. *The Astrophysical Journal*, 801:L19, 2015.
- V. Radhakrishnan and D. J. Cooke. Magnetic Poles and the Polarization Structure of Pulsar Radiation. *Astrophys. Lett.*, 3:225, 1969.
- M. Z. Rafat, D. B. Melrose, and A. Mastrano. Wave dispersion in pulsar plasma: 1. Plasma rest frame. *J. Plasma Phys.*, 85:905850305, 2019.

- J. M. Rankin. Toward an empirical theory of pulsar emission. IV - Geometry of the core emission region. *The Astrophysical Journal*, 352:247–257, 1990.
- S. C. Rookyard, P. Weltevrede, and S. Johnston. Constraints on viewing geometries from radio observations of  $\gamma$ -ray-loud pulsars using a novel method. *MNRAS*, 446:3367–3388, 2015.
- M. A. Ruderman and P. G. Sutherland. Theory of pulsars - Polar caps, sparks, and coherent microwave radiation. *The Astrophysical Journal*, 196:51–72, 1975.
- Y. P. Shitov. Period Dependence of the Spectrum and the Phenomenon of Twisting of the Magnetic Fields of Pulsars. *Sov. Astron.*, 27:314, 1983.
- P. Sturrock. A Model of Pulsar. *The Astrophysical Journal*, 164:529–556, 1971.
- K. S. Thorne, R. H. Price, and D. A. Macdonald. *Black holes: The membrane paradigm*. Yale University Press, New Haven, 1986.
- A. N. Timokhin. A model for nulling and mode changing in pulsars. *MNRAS*, 408: L41–L45, 2010.
- A. N. Timokhin and J. Arons. Current flow and pair creation at low altitude in rotation- powered pulsars’ force-free magnetospheres: space charge limited flow. *MNRAS*, 429:20–54, 2013.
- A. N. Timokhin and A. K. Harding. On the Polar Cap Cascade Pair Multiplicity of Young Pulsars. *The Astrophysical Journal*, 810:144, 2015.
- A. von Hoensbroech and K. M. Xilouris. Effelsberg multifrequency pulsar polarimetry. *Astronomy and Astrophysics Supplement Series*, 126:121–149, 1997.
- C. Wang, D. Lai, and J. Han. Polarization changes of pulsars due to wave propagation through magnetospheres. *MNRAS*, 403:569–588, 2010.
- P. F. Wang, C. Wang, and J. L. Han. Polarized curvature radiation in pulsar magnetosphere. *MNRAS*, 441:1943–1953, 2014.
- P. Weltevrede and S. Johnston. Profile and polarization characteristics of energetic pulsars. *MNRAS*, 391:1210–1226, 2008.