

Аннотация

Благодаря данным FAST и MeerKAT, количество радиопульсаров с детально изученными поляризационными характеристиками их профилей резко возросло. Это дало возможность проверить и подтвердить выводы о поведении ортогональных мод в магнитосфере пульсаров, сделанные ранее на ограниченной выборке. В частности, с большей уверенностью установлено: средние профили, создаваемые О-модой, существенно шире, чем у Х-моды. Подтвердилась и связь О-моды с двугорбыми профилями, а Х-моды — с одnogорбыми.

Князев Фёдор

20 июня 2025 г.

Содержание

1	Введение	3
2	Модель полого конуса	6
3	Две ортогональные моды	9
3.1	Обыкновенная волна	12
3.2	Необыкновенная волна	14
4	Геометрия излучения пульсара	15
4.1	Ширина среднего импульса	15
4.2	Оси пульсара	16
5	Предельная поляризация	17
6	Распределение ширин средних профилей радиопульсаров	22
6.1	Аналитическая модель	27
6.2	Монте-Карло моделирование	32
7	Обсуждение и заключение	35

1 Введение

Несмотря на полувековую историю изучения радиопульсаров, многие фундаментальные вопросы их физики остаются без ответа. В частности, нет консенсуса относительно эволюции угла наклона магнитной оси к оси вращения (в сторону малых или больших ($\sim 90^\circ$) значений ((Lyne et al., 2015; Philippov and Kramer, 2022; Abolmasov et al., 2024)). Механизм когерентного радиоизлучения пульсаров также остается неясным.

Важно подчеркнуть, что ключевой причиной этого ограничения долгое время служила крайне узкая наблюдательная база. Основные подробные каталоги, содержащие данные о морфологии средних профилей и их поляризационных свойствах – такие как фундаментальные работы (Taylor and Manchester, 1975; Rankin, 1983; Hankins and Rankin, 2010) – охватывали лишь несколько десятков объектов, что представляло собой весьма скромную выборку. Этот факт становится особенно контрастным на фоне общего числа известных радиопульсаров. К концу 2024 года, согласно актуальным данным каталога ATNF (Manchester et al., 2005)), было зарегистрировано уже 3748 таких источников. Таким образом, существовал огромный, на порядки величин, разрыв между числом обнаруженных пульсаров и количеством тех из них, для которых имелись детально изученные профили и поляризационные характеристики. Такое несоответствие неизбежно создавало серьезные препятствия для проведения полноценного и статистически значимого количественного тестирования существующих теоретических моделей, описывающих механизмы радиоизлучения пульсаров и закономерности их эволюции.

Долгое время известно, что две ортогональные моды, наблюдаемые в радиоизлучении пульсаров (см., например, Stinebring et al. (1984)), соответствуют обыкновенной (O) и необыкновенной (X) модам, естественно возникающим в магнитоактивной плазме (Barnard and Arons, 1986). Примечательно, что вследствие преломления O-моды, формируемый ею средний профиль излучения существенно шире профиля, создаваемого X-модой. Например, в модели с постоянной плотностью истекающей плазмы в поперечном сечении Beskin et al. (1988) были получены следующие оценки ха-

раактерных ширин средних профилей (периоды P здесь и далее в секундах, а частоты принимаемого излучения ν_{GHz} соответственно в гигагерцах):

1

$$W_{r,1}^{\text{O}} \approx 7.8^\circ P^{-0.43} \nu_{\text{GHz}}^{-0.14}, \quad (1)$$

$$W_{r,2}^{\text{O}} \approx 10.8^\circ P^{-0.5} \nu_{\text{GHz}}^{-0.29}, \quad (2)$$

$$W_r^{\text{X}} \approx 3.6^\circ P^{-0.5} \nu_{\text{GHz}}^{-0.5}. \quad (3)$$

Однако подтверждение этого, казалось бы, простого факта долгое время оставалось недостижимым. Отсутствовала надежная методика для определения того, какая именно из двух ортогональных мод формирует средний профиль у конкретного пульсара.

Прорыв произошел, когда выяснилось, что круговая поляризация излучения пульсаров определяется не трудноуловимым различием в распределениях электронов и позитронов (т.е. недиагональными компонентами тензора диэлектрической проницаемости), а широм (поворотом) магнитного поля вдоль луча зрения. Направление этого поворота, в свою очередь, связано с наблюдаемым ходом позиционного угла линейной поляризации $p.a.$ (Andrianov and Beskin, 2010; Wang et al., 2010; Beskin and Philippov, 2012). В итоге, было показано, что для X-моды знаки производной $dp.a./d\phi$ (ϕ — фаза импульса) и параметра Стокса V (круговая поляризация) совпадают, а для O-моды — противоположны (Накобян et al., 2017).

Несмотря на разработку соответствующей методики анализа, до последнего времени исследователи сталкивались с острой нехваткой комплексных поляризационных данных. Лишь для считанных десятков радиопулсаров удавалось получить одновременно высокоточные измерения как эволюции позиционного угла линейной поляризации ($p.a.$), так и знака круговой поляризации (V). Эта крайне ограниченная выборка, безусловно, не позволяла провести статистически значимый анализ и уверенно выявить систематические различия в наблюдаемых свойствах излучения, генерируемого обыкновенной (O) и необыкновенной (X) модами. Существенный прорыв в этой области произошел в 2018 году с выходом каталога. Впервые

¹ Два варианта для обыкновенной моды соответствуют преимущественному излучению вблизи или на максимально возможном расстоянии от нейтронной звезды.

в распоряжении ученых оказались детальные поляризационные измерения не для десятков, а для сотен объектов – каталог представил данные по 600 пульсарам. Ключевое значение для проверки гипотез имел поднабор объектов с надежно определенными одновременно $p.a.$ и V , который, согласно анализу проведенному в работе (Beskin, 2018), составил 175 источников. Именно эта достаточно репрезентативная выборка позволила впервые получить убедительное наблюдательное подтверждение теоретического предсказания: средние профили радиоизлучения, формируемые обыкновенной модой (О-модой), достоверно шире профилей, создаваемых необыкновенной модой (Х-модой) (см. Таблицу 2. Однако для окончательного подтверждения этого эффекта и изучения его деталей требовалось дальнейшее, многократное увеличение статистики. Реализация этой задачи стала возможной только с вводом в эксплуатацию телескопов нового поколения – сверхчувствительного сферического радиотелескопа FAST (Китай) и интерферометрической системы MeerKAT (ЮАР), способных провести масштабные поляриметрические обзоры.

Действительно, данные радиотелескопов FAST (Wang et al., 2023) и MeerKAT (Johnston et al., 2023), опубликованные в последние годы, существенно расширили статистику по поляризации средних профилей пульсаров. В нашей работе мы детально обсуждаем эти результаты и убедительно показываем, что даже на расширенной выборке ширина средних профилей радиопульсаров полностью согласуется с теоретическими предсказаниями.

2 Модель полого конуса

Напомним, что на данный момент интерпретация средних профилей радиопульсаров и их поляризационных характеристик, в основном, основана на так называемой модели полого конуса (см. например Taylor and Manchester (1975)). Согласно этой модели, собственная диаграмма направленности пульсарного радиоизлучения соответствует профилю плотности вторичной плазмы, которая вытекает вдоль магнитных силовых линий. Однако вблизи магнитного полюса вторичная плазма не формируется, поскольку фотоны изгибного излучения от первичного пучка движутся там практически параллельно силовым линиям магнитного поля. Это создает в пространственном распределении плотности плазмы характерную "дыру". (Sturrock, 1971; Ruderman and Sutherland, 1975).

Модель полого конуса опирается на четыре ключевых допущения: во-первых, радиоизлучение возникает в глубине магнитосферы, где магнитное поле можно считать чисто дипольным; во-вторых, излучение распространяется прямолинейно, без преломления; в-третьих, влиянием циклотронного поглощения можно пренебречь; в-четвертых, поляризационные характеристики излучения окончательно формируются в момент его генерации.

Эти базовые предположения позволяют нам связать позиционный угол радиоизлучения ($p.a.$) с геометрическими характеристиками пульсара:

$$p.a. = \arctan \left(\frac{\sin \chi \sin \phi}{\sin \chi \cos \zeta \cos \phi - \sin \zeta \cos \chi} \right) \quad (4)$$

Здесь χ - угол наклона магнитной оси пульсара к оси вращения, ζ - угол между осью вращения и направлением на наблюдателя, а ϕ - фаза импульса.

В результате, сама ширина собственной диаграммы направленности излучения W_r и ее статистическая зависимость от периода P могут быть качественно объяснены в соответствии с этими предположениями (Rankin, 1983, 1990). Поскольку радиоизлучение пульсара сильно поляризовано (Gould and Lyne, 1998), можно также проверить справедливость соотношения (4). Как хорошо известно, во многих случаях наблюдаемое колебание $p.a.$ хорошо согласуется с этим теоретическим предсказанием. Кроме того, поляри-

зационные наблюдения показывают, что радиоизлучение пульсара состоит из двух ортогональных мод, т.е. двух компонентов, для которых *p.a.* отличается на 90° (Taylor and Stinebring, 1986). Естественно отождествить эти две ортогональные компоненты с обыкновенной и необыкновенной модами, существующими в магнитоактивной плазме (Ginzburg, 1970). Вполне закономерно, что упрощенная версия модели полого конуса остается востребованным инструментом для измерения физических параметров нейтронных звезд.

Хотя общепризнано, что три ключевых допущения модели несостоятельны, следует особо отметить следующее. Работа Barnard and Arons (1986) впервые показала, что обыкновенная мода (с электрическим полем в плоскости векторов $\mathbf{k}$ и $\mathbf{B}$) подвержена рефракции — её траектория искривляется в сторону или от магнитной оси в зависимости от точки генерации (Beskin et al., 2023). Данный эффект, позднее детально исследованный Lyubarskii and Petrova (1998) и Petrova and Lyubarskii (2000), стал фундаментальным элементом теории BGI. Несмотря на предложенную Blaskiewicz et al. (1991) поправку к уравнению (4) для учета абберрации, она редко применяется при обработке наблюдательных данных.

Дополнительная проблема — сильное циклотронное поглощение вблизи светового цилиндра (Mikhailovskii et al., 1982), которое, как показывают исследования (см. например, Fussell et al. (2003)), полностью блокирует выход радиоизлучения из магнитосферы пульсара.

Наконец, еще одна нерешенная задача — эффект предельной поляризации. Хотя качественно было ясно, что именно он должен объяснять высокий уровень круговой (5%-20%) и линейной поляризаций, его детальному анализу годами не уделялось должного внимания. Это особенно актуально, так как в зоне генерации излучения (10-100 радиусов нейтронной звезды в модели полого конуса) магнитное поле остается достаточно сильным для того, чтобы ортогональные моды имели практически линейную поляризацию. Поэтому формирование наблюдаемой поляризации не может завершаться в области излучения, и решающую роль играют эффекты распространения (Mitra et al., 2009; Beskin and Philippov, 2012). Несмотря на это, в большинстве работ для анализа поляризации по-прежнему применяется

уравнение (4).

3 Две ортогональные моды

Как уже отмечалось, радиоизлучение пульсаров сильно поляризовано. Средняя степень линейной поляризации может достигать 40-60%, а в некоторых субимпульсах даже 100% (Gould and Lyne, 1998). Анализ позиционного угла показывает, что в целом радиоизлучение пульсара состоит из двух ортогональных мод, т.е. двух мод, для которых позиционные углы отличаются на 90° . Логично связать их с обыкновенной (О-мода) и необыкновенной (Х-мода) волнами, распространяющимися в намагниченной плазме (Ginzburg, 1970).

Начиная с новаторской работы Barnard and Arons (1986), обычно рассматривались три волны, распространяющиеся наружу в магнитосфере пульсара (см., например, van der Hucht (2007)). Однако на самом деле мы имеем четыре волны, распространяющиеся наружу. Дело в том, что в большинстве работ (см., например, Melrose and Gedalin (1999)) волновые свойства рассматривались в сопутствующей системе отсчета, в которой плазменные волны, распространяющиеся наружу и назад, идентичны. Однако в лабораторной системе отсчета (в которой плазма движется со скоростью $v \approx c$) последняя волна также распространяется наружу.

Как упоминалось ранее, радиоизлучение пульсаров характеризуется высокой степенью поляризации. Средний уровень линейной поляризации достигает 40-60%, а в отдельных субимпульсах может приближаться к 100% (Gould and Lyne, 1998). Исследование позиционного угла демонстрирует, что это излучение формируется двумя ортогональными модами, различающимися по ориентации на 90° . Естественной интерпретацией является отождествление данных мод с обыкновенной (О-мода) и необыкновенной (Х-мода) волнами в магнитоактивной плазме (Ginzburg, 1970).

Хотя после пионерской работы Barnard and Arons (1986) общепринятой стала модель трёх распространяющихся наружу волн (как например, van der Hucht (2007)), фактически их существует четыре. Это противоречие объясняется тем, что большинство исследований (Melrose and Gedalin, 1999) рассматривают волновые свойства в сопутствующей системе отсчёта, где волны, движущиеся "назад" относительно плазмы, эквивалентны

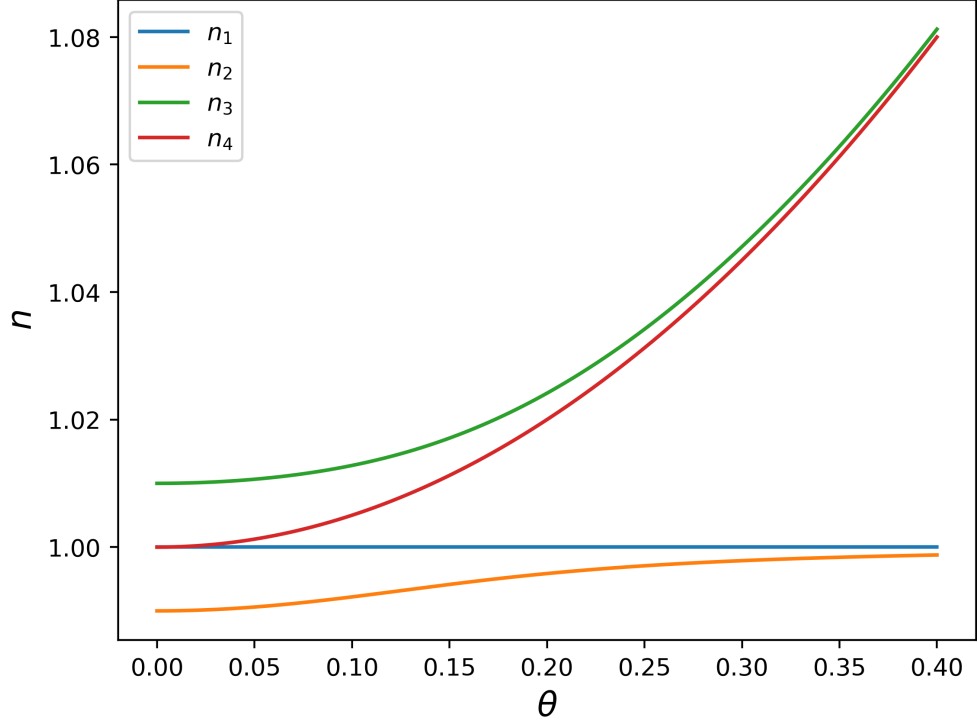


Рис. 1: Нормальные моды для $A_p \gg 1$ с показателями преломления $n \approx 1$, распространяющиеся от поверхности нейтронной звезды как функция угла θ между волновым вектором $\mathbf{k}$ и внешним магнитным полем $\mathbf{B}$ (Beskin et al., 1988). Волны $j = 1$ (необыкновенная X-мода) и $j = 2$ (обыкновенная О-мода) могут покидать магнитосферу пульсара. Субсветовые моды $j = 3, 4$ затухают при больших углах θ и не могут покинуть магнитосферу пульсара.

распространяющимся вперёд. Однако в лабораторной системе (где плазма движется со скоростью $v \approx c$) такая "обратная" волна также удаляется от звезды.

Рисунок 1 иллюстрирует, что при нулевом угле θ между векторами $\mathbf{k}$ и $\mathbf{B}$, волны с показателями преломления n_1 и n_4 являются поперечными. В пределе бесконечно сильного магнитного поля ($B \rightarrow \infty$) выполняется $n_1 = n_4 = 1$. Волны n_3 и n_2 , напротив, соответствуют плазменным волнам, движущимся в противоположных направлениях в сопутствующей системе отсчёта.

Как установлено в работе Beskin et al. (1988), именно волну n_4 следует идентифицировать как обыкновенную моду (О-моду) в магнитосфере пульсара. Важно отметить, что данное соответствие справедливо для областей

генерации излучения с высокой плотностью плазмы, где параметр $A_p \gg 1$, при этом

$$A_p = \frac{\omega_p^2}{\omega^2} < \gamma > \quad (5)$$

Здесь и ниже $\omega_p = (4\pi e n_e / m_e)^{1/2}$ - плазменная частота, ω - частота излучения, e - заряд электрона, n_e - плотность частиц, m_e - масса частиц, γ - Лоренц-фактор частиц,. Скобки $<>$ означают усреднение как по одномерной функции распределения частиц, так и суммирование по типам частиц.

В результате, как показано на рис. 1, для $A_p \gg 1$ волна n_2 распространяется в виде поперечной О-моды при больших углах $\theta \gg \theta_{cr}$, т.е. на больших расстояниях от нейтронной звезды. Здесь

$$\theta_{cr} = < \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \gamma^3 >^{1/4} \quad (6)$$

Вторая поперечная волна при $\theta \gg \theta_{cr}$, соответствующая Х-моду, имеет показатель преломления n_1 . Показатели преломления двух других волн (n_2 и n_3) превышают единицу ($n > 1$), что делает невозможным их выход из магнитосферы. Это связано с тем, что на больших расстояниях они распространяются вдоль магнитных силовых линий и подвержены затуханию Ландау (см. Barnard and Arons (1986)).

В гидродинамическом приближении дисперсионные зависимости, представленные на рисунке 1, легко выводятся из стандартного дисперсионного уравнения для случая сильного магнитного поля (см., например, Petrova and Lyubarskii (2000)).

$$(1 - n^2 \cos^2 \theta) \left[1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 \gamma^3 (1 - n v \cos \theta / c)^2} \right] - n^2 \sin^2 \theta = 0 \quad (7)$$

Вот перефразированный вариант с уточнением физических процессов и усилением логических связей:

> При значениях $\theta \gg \theta_{cr}$ и $\theta \ll \theta_{cr}$ сосуществуют две поперечные и две плазменные волны. Однако в условиях $A_p \gg 1$ происходит критическое преобразование: продольная волна переходит в поперечную. Следовательно, мода n_2 , первоначально излучаемая как плазменная волна, покидает

магнитосферу в поперечном состоянии. Поскольку её показатель преломления $n_2 \neq 1$, данная обыкновенная мода (О-мода) испытывает рефракционное отклонение от магнитной оси при $\theta \leq \theta_{cr}$. Как указано ранее, это отклонение возникает при $A_p > 1$, то есть вблизи нейтронной звезды ($r < r_A$), где

$$r_A = 10^2 R \lambda_4^{1/3} \gamma_1 00^{1/3} B_{12}^{1/3} \nu_{GHz}^{-2/3} P^{-1/3} \quad (8)$$

Здесь R , P и B_{12} — радиус нейтронной звезды, период вращения в секундах и магнитное поле (в 10^{12} Гс) соответственно. Соответственно, $\gamma_1 00 = \gamma/100$, ν_{GHz} — частота волны в ГГц, а $\lambda_4 = \lambda/10^4$, где $\lambda = n_e/n_{GJ}$ — кратность рождения частиц вблизи магнитных полюсов ($n_{GJ} = (\Omega B)/(2\pi c e)$ — плотность Голдрайха-Джулиана).

Отдельно стоит отметить, что радиус отрыва поляризации r_{esc} много больше чем радиус r_A (Cheng and Ruderman, 1979; Andrianov and Beskin, 2010).

$$r_{esc} = 10^3 R \lambda_4^{2/5} \gamma_1 00^{-6/5} B_{12}^{2/5} \nu_{GHz}^{-2/5} P^{-1/5} \quad (9)$$

что позволяет рассматривать эффекты преломления и предельной поляризации по отдельности. В частности, это означает, что можно рассматривать распространение волн в области $r \sim r_{esc}$ как прямолинейное.

3.1 Обыкновенная волна

Теперь кратко рассмотрим основные положения теории распространения обыкновенных волн (Barnard and Arons, 1986; Beskin et al., 1988; Lyubarskii and Petrova, 1998). В пределе геометрической оптики уравнения, определяющие траекторию луча выглядят следующим образом:

$$\frac{dr_{\perp}}{dl} = \frac{\partial}{\partial k_{\perp}} \frac{k}{n} \quad (10)$$

$$\frac{dk_{\perp}}{dl} = -\frac{\partial}{\partial r_{\perp}} \frac{k}{n} \quad (11)$$

где $r_{\perp}$ — расстояние от магнитной оси, l — координата вдоль луча, индекс $\perp$ соответствует компонентам, перпендикулярным оси диполя, например, а n — соответствующий показатель преломления.

Ниже, в этом подразделе, для простоты мы предполагаем, что плотность плазмы не зависит от поперечной координаты $r_{\perp}$. Поскольку преломление О-моды происходит на малых расстояниях от нейтронной звезды, выражения для показателей преломления могут быть заимствованы из теории в бесконечном магнитном поле, когда диэлектрический тензор плазмы имеет вид:

$$\varepsilon_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \langle \omega_p^2 / (\tilde{\omega}^2 \gamma^3) \rangle \end{pmatrix} \quad (12)$$

Здесь и ниже, по определению,

$$\tilde{\omega} = \omega - (\mathbf{k}\mathbf{v}) \quad (13)$$

Поскольку скобки $\langle \rangle$ обозначают усреднение по функции распределения частиц, особенности коэффициентов диэлектрического тензора в черенковском резонансе исчезают из-за усреднения по широкой функции распределения энергии частиц.

В результате для обыкновенной моды уравнения принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_{\perp}}{dl} &= \theta_{\perp} + \frac{\alpha_B - \theta_{\perp}}{2} \left(1 - \frac{(\alpha_B - \theta_{\perp})^2}{\left(\frac{16}{\omega^2} \left\langle \frac{\omega_p^2}{\gamma^3} \right\rangle + (\alpha_B - \theta_{\perp})^4 \right)^{1/2}} \right) \\ \frac{d\theta_{\perp}}{dl} &= \frac{3\theta_{\perp} - \alpha_B}{4l} \left(1 - \frac{(\alpha_B - \theta_{\perp})^2}{\left(\frac{16}{\omega^2} \left\langle \frac{\omega_p^2}{\gamma^3} \right\rangle + (\alpha_B - \theta_{\perp})^4 \right)^{1/2}} \right) \end{aligned} \quad (14)$$

где α_B - угол наклона силовой линии магнитного поля к магнитной оси. Как уже упоминалось, при достаточно больших углах $\theta \gg \theta_{cr}$ обычная волна распространяется прямолинейно. Из этого условия и решения, приведенного выше уравнения, можно найти

$$\theta_{\perp}(\infty) = \left(\frac{\Omega R}{c} \right)^{0.36} \left(\frac{1}{\omega^2} \left\langle \frac{\omega_{p0}^2}{\gamma^3} \right\rangle \right)^{0.07} f_{em}^{0.36} \left(\frac{r_{em}}{R} \right)^{0.15} \quad (15)$$

Здесь ω_{p0} - плазменная частота вблизи поверхности нейтронной звезды, а индекс em соответствует параметрам в точке генерации радиоизлучения. Кроме того, безразмерный коэффициент (физический смысл которого — безразмерное расстояние от магнитной оси)

$$f = \frac{c}{\Omega R} \left(\frac{r}{R} \right)^{-1} \sin^2 \theta_m \sim 1 \quad (16)$$

где угол θ_m , измеренный от магнитной оси, определяет положение точки излучения внутри полярной шапки. Угол $2\theta_{\perp}(\infty)$ определяет угловую ширину диаграммы направленности

$$W_r = 2\theta_{\perp}(\infty) \quad (17)$$

Подставив в полученное выражение характерные значения для пульсаров, мы придем к выражениям (1) и (2) в зависимости от высоты генерации излучения.

3.2 Необыкновенная волна

Проведем аналогичный анализ для необыкновенной волны. Уравнения геометрической оптики для X-моды имеют вид

$$\frac{d\rho_{\perp}}{dl} = \theta_{\perp} \quad (18)$$

$$\frac{d\theta_{\perp}}{dl} = 0 \quad (19)$$

Данные уравнения легко решаются, и мы получаем

$$\theta_{\perp}(\infty) = \frac{3}{2} \left(\frac{\Omega R}{c} \right) f_{em}^{1/2} \left(\frac{r_{em}}{R} \right)^{1/2} \quad (20)$$

Подставив характерные параметры пульсаров, мы сведем данное выражение к (3)

4 Геометрия излучения пульсара

4.1 Ширина среднего импульса

Ширина импульса на уровне 10% максимальной интенсивности профиля составляет (Gil, 1981)

$$W_{10} = 2\varphi_{10} \quad (21)$$

где

$$\varphi_{10} = 2 \arcsin \left\{ \frac{\sin [(W_r + \beta) / 2] \sin [(W_r - \beta) / 2]}{\sin \chi \sin(\chi + \beta)} \right\}^{1/2} \quad (22)$$

где, W_r - соответствующий угол раскрытия диаграммы направленности пульсара (т. е. угловой радиус пучка 10%), χ - угол наклона магнитной оси $\mathbf{m}$ к оси вращения пульсара $\mathbf{\Omega}$, а β - угол удара ближайшей близости луча зрения наблюдателя к магнитной оси. Здесь следует подчеркнуть, что уравнение (21) предполагает продольную симметрию диаграммы направленности пульсара относительно плоскости опорной точки, содержащей как магнитную ось, так и ось вращения. Таким образом, профили с явно отсутствующими компонентами следует рассматривать с особой осторожностью при анализе с помощью приведенных выше уравнений.

Для большинства пульсаров (за исключением соосных ротаторов) можно положить, что $\chi \gg \beta$ и, для наблюдаемых пульсаров,

$$1 \gg W_r \geq \beta \quad (23)$$

Таким образом, выражение для W_{10} (21) можно переписать в виде

$$W_{10} = 2 \frac{W_r}{\sin(\chi)} (1 - x^2) \quad (24)$$

где $x = \beta/W_r$.

Для расчета распределения ширины профиля импульса W_{10} необходимо определить распределение углов наклона χ и β , а также распределение угла раскрытия W_r , который в свою очередь зависит от распределения периода пульсара P по формулам (1) - (3) в зависимости от моды излучения.

4.2 Оси пульсара

Можно обоснованно предположить, что и оси вращения пульсара, и направление на наблюдателя ориентированы в пространстве случайным образом. Таким образом, функция плотности вероятности для угла $\xi = \chi + \beta$ между лучом зрения наблюдателя и осью вращения пульсара имеет вид

$$f_{\xi}(\xi) = \sin(\xi) \quad (25)$$

Однако распределение угла наклона χ магнитной оси к оси вращения может зависеть от конкретной модели взрыва сверхновой, эволюции магнитного момента и/или ряда неизвестных эффектов селекции. Наиболее распространенной функцией плотности является равномерное распределение

$$f_{\chi}(\chi) = \frac{2}{\pi} \quad (26)$$

где $2/\pi$ - нормировочная константа.

Угол β максимального сближения магнитной оси с направлением на наблюдателя равен

$$\beta = \xi - \chi$$

где угол наблюдения ξ имеет распределение $f(\xi)$, описываемое уравнением (25), а угол наклона χ имеет распределение $f(\chi)$, описываемое уравнением (26).

5 Предельная поляризация

Физическая основа эффекта предельной поляризации, детально описанная в классической работе (Zheleznyakov, 1977), заключается в кардинально разном поведении излучения в плазме в зависимости от ее плотности. При распространении излучения через области с очень низкой плотностью плазмы происходит "забывание" исходной ориентации магнитного поля: поляризация излучения перестает зависеть от направления внешнего магнитного поля. Напротив, в областях с достаточно высокой плотностью плазмы, где выполнены условия применимости геометрической оптики, поляризационные характеристики излучения (включая ориентацию поляризационного эллипса) жёстко определяются локальным направлением магнитного поля. Этот контраст указывает на неприменимость приближения геометрической оптики в условиях слабой анизотропии. Следовательно, анализ эффекта предельной поляризации требует решения уравнений, описывающих линейное взаимодействие волн в неоднородной магнитоактивной плазме.

Традиционное описание переноса излучения в такой среде основано на системе из четырех дифференциальных уравнений первого порядка для параметров Стокса (Zheleznyakov, 1996; Lyubarskii and Petrova, 1998; Broderick and Blandford, 2010; Wang et al., 2010; Shcherbakov and Huang, 2011). Уравнение Баддена (второго порядка для комплексной функции) эквивалентно этому подходу (Zheleznyakov, 1977). Однако как стандартный метод, так и метод Железнякова-Баддена оказываются громоздкими для количественного расчета поляризации выходящего излучения в общем случае. Поскольку наша задача — моделировать распространение изначально полностью поляризованных волн (а не ансамбля), достаточно использовать лишь два уравнения — для позиционного угла и параметра Стокса V .

Все дальнейшие выкладки в данном разделе выполнены в предположении малой анизотропии, т.е. в случае когда тензор диэлектрической проницаемости можно представить в виде

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = \varepsilon\delta_{\alpha\beta} + \chi_{\alpha\beta} \quad (27)$$

где анизотропная часть $\chi_{\alpha\beta}$ мала по сравнению с изотропной.

Рассмотрим уравнение переноса поляризации излучения (Zheleznyakov, 1977)

$$\frac{dI_{\alpha\beta}}{dl} = S_{\alpha\beta} + T_{\alpha\beta\gamma\sigma} I_{\gamma\sigma} \quad (28)$$

где происходит суммирование по повторяющимся индексам (нотация Эйнштейна). В случае слабой анизотропии тензор переноса поляризации может быть записан в виде

$$T_{\alpha\beta\gamma\sigma} = \frac{i\omega}{2c} \left(\varepsilon_{\alpha\gamma} \delta_{\beta\sigma} - \varepsilon_{\beta\sigma}^\dagger \delta_{\alpha\gamma} \right) \quad (29)$$

И, так как эффекты предельной поляризации излучения вступают в силу на расстояниях много больше характерной высоты излучения, тензор поляризации источников излучения мы полагаем равным нулю $S_{\alpha\beta} = 0$.

Представим тензор диэлектрической проницаемости в виде суммы эрмитовой и антиэрмитовой частей

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = \varepsilon_{\alpha\beta}^H + \varepsilon_{\alpha\beta}^A \quad (30)$$

Подставив данное выражение в уравнение для переноса излучения (28) получим

$$\frac{dI_{\alpha\beta}}{dl} = \frac{i\omega}{2c} \left(\varepsilon_{\alpha\gamma}^H I_{\gamma\beta} - \varepsilon_{\gamma\beta}^H I_{\alpha\gamma} + \varepsilon_{\alpha\gamma}^A I_{\gamma\beta} + \varepsilon_{\gamma\beta}^A I_{\alpha\gamma} \right) \quad (31)$$

Как уже упоминалось ранее для описания полностью поляризованной волны нет необходимости использовать все четыре параметра Стокса. Вместо них мы будем использовать позиционный угол Θ_1 и параметр Θ_2 отвечающий за круговую поляризацию. Они выражаются через параметры Стокса следующим образом

$$\Theta_1 = \tan \left(\frac{U}{Q} \right) \quad (32)$$

$$\Theta_2 = \tanh \left(\frac{V}{I} \right) \quad (33)$$

Теперь, используя выражение для параметров Стокса через компоненты тензора поляризации

$$I = I_{xx} + I_{yy} \quad (34)$$

$$Q = I_{xx} - I_{yy} \quad (35)$$

$$U = I_{xy} + I_{yx} \quad (36)$$

$$V = i(I_{yx} - I_{xy}) \quad (37)$$

подставляя их в уравнение (31) мы получаем

$$\begin{aligned}\frac{d\Theta_1}{dl} = & \frac{\omega}{2c} \text{Im} [\varepsilon_{xy}^H] - \frac{\omega}{4c} (\varepsilon_{xx}^H - \varepsilon_{yy}^H) \cos(2\Theta_1(l) - 2\beta(l) - 2\delta(l)) \text{sh}(2\Theta_2) \\ & + \frac{i\omega}{4c} (\varepsilon_{xy}^A + \varepsilon_{yx}^A) \cos(2\Theta_1(l) - 2\beta(l) - 2\delta(l)) \text{ch}(2\Theta_2) \\ & - \frac{i\omega}{4c} (\varepsilon_{xx}^A - \varepsilon_{yy}^A) \sin(2\Theta_1(l) - 2\beta(l) - 2\delta(l)) \text{ch}(2\Theta_2)\end{aligned}\tag{38}$$

$$\begin{aligned}\frac{d\Theta_2}{dl} = & \frac{\omega}{2c} \text{Re} [\varepsilon_{xy}^A] + \frac{\omega}{4c} (\varepsilon_{xx}^H - \varepsilon_{yy}^H) \sin(2\Theta_1(l) - 2\beta(l) - 2\delta(l)) \text{ch}(2\Theta_2) \\ & - \frac{i\omega}{4c} (\varepsilon_{xy}^A + \varepsilon_{yx}^A) \sin(2\Theta_1(l) - 2\beta(l) - 2\delta(l)) \text{ch}(2\Theta_2) \\ & - \frac{i\omega}{4c} (\varepsilon_{xx}^A - \varepsilon_{yy}^A) \cos(2\Theta_1(l) - 2\beta(l) - 2\delta(l)) \text{sh}(2\Theta_2)\end{aligned}\tag{39}$$

где $\beta(l)$ - угол определяющий ориентацию внешнего магнитного поля в плоскости, перпендикулярной траектории луча и

$$\tan(2\delta) = \frac{2\text{Re}[\varepsilon_{xy}^H]}{\varepsilon_{xx}^H - \varepsilon_{yy}^H}\tag{40}$$

Как хорошо известно, циклотронное поглощение в магнитосфере пульсара в основном происходит близ циклотронного резонанса. Который в свою очередь расположен на расстоянии

$$r_{res} = 2 \cdot 10^3 R \gamma_{100}^{-1/3} B_{12}^{1/3} \nu_{GHz}^{-1/3} \theta_{0.1}^{-2/3}\tag{41}$$

что сравнимо с радиусом отрыва поляризации r_{esc} (Mikhailovskii et al., 1982). Это означает, что эти два эффекта следует рассматривать одновременно. С другой стороны, как уже подчеркивалось, в этой области можно пренебречь эффектами преломления волны, т.е. положить $\text{Re}[n] = 1$. Что, в свою очередь, как было показано в работе Beskin and Philippov (2012), позволяет пренебречь циклотронным поглощением при рассмотрении эффектов предельной поляризации, т.е. положить антиэрмитову часть тензора диэлектрической проницаемости равной нулю $\varepsilon_{ij}^A = 0$. Тогда уравнения (38) и (39) перепишутся в следующем виде

$$\frac{d\Theta_1}{dl} = \frac{\omega}{2c} \operatorname{Im} [\varepsilon_{xy}^H] - \frac{\omega}{4c} (\varepsilon_{xx}^H - \varepsilon_{yy}^H) \cos(2\Theta_1(l) - 2\beta(l) - 2\delta(l)) \operatorname{sh}(2\Theta_2) \quad (42)$$

$$\frac{d\Theta_2}{dl} = \frac{\omega}{4c} (\varepsilon_{xx}^H - \varepsilon_{yy}^H) \sin(2\Theta_1(l) - 2\beta(l) - 2\delta(l)) \operatorname{ch}(2\Theta_2) \quad (43)$$

Наконец, как уже упоминалось, в области $r \ll r_{esc}$ можно положить $d\Theta_1/dl \approx d(\beta + \delta)/dl$. Следовательно, при достаточно большом сдвиге внешнего магнитного поля вдоль распространения луча, когда производная $d(\beta + \delta)/dl$ достаточно велика, первым членом в правой части уравнения (42) можно пренебречь. Что касается $\Theta_2 \ll 1$, то мы имеем $\sinh 2\Theta_2 \approx \tanh 2\Theta_2$, можно записать для $V/I = \tanh 2\Theta_2$

$$\frac{V}{I} \sim \frac{d(\beta + \delta)/dx}{\cos[2\Theta_1 - 2\beta(l) - 2\delta(l)]}. \quad (44)$$

Таким образом, знак круговой поляризации будет совпадать со знаком производной $d(\beta + \delta)/dl$ для обыкновенной волны и они должны быть противоположны для необыкновенной. Это приближение можно использовать при достаточно большом значении производной $d(\beta + \delta)/dl \sim 1$ (т.е. при достаточно большом значении угла полного поворота $\Delta(\beta + \delta) \sim 1$ внутри светового цилиндра $R_L = c/\Omega$), и при малом значении угла между магнитным полем и направлением распространения луча $\theta \ll 1$ через релятивистскую плазму. Оба эти условия с хорошей точностью выполняются в магнитосферах радиопульсаров.

Важно, что в этом случае в области, где справедлива геометрическая оптика, круговая поляризация должна определяться значением $\frac{\omega}{4c} (\varepsilon_{xx}^H - \varepsilon_{yy}^H)$, которое не зависит от мнимых недиагональных компонент тензора диэлектрической проницаемости ε_{xy} и ε_{yx} . Это фундаментальное свойство хорошо известно в физике плазмы и кристаллооптике (Czyz et al., 2007). Для радиопульсаров это свойство особенно важно, поскольку для электронно-позитронной плазмы мнимая часть тензора диэлектрической проницаемости существенно зависит от разности распределений энергий частиц, которая не известна с достаточной точностью.

В результате можно сформулировать следующие предсказания:

- Для Х-моды ($\Theta_1 \approx \beta + \delta + \pi/2$) теория предсказывает ОДИНАКОВЫЕ знаки круговой поляризации V и производной $dp.a./d\phi$.
- Для О-моды ($\Theta_1 \approx \beta + \delta$) знаки круговой поляризации V и производной $d p.a. /d\phi$ должны быть ПРОТИВОПОЛОЖНЫМИ.
- Статистически мы ожидаем преобладание одиночных профилей для Х-моды (если наблюдается только Х-мода) и двойных для О-моды.

6 Распределение ширин средних профилей радиопульсаров

Для определения моды излучения пульсаров (X или O) по каталогам FAST (682 пульсара) и MeerKAT (1170 пульсаров) применили два подхода. Первичный отбор включал ручной анализ поляризационных характеристик всех пульсаров. Критериями отбора (138 для FAST, 437 для MeerKAT) стали: во-первых, однозначная принадлежность среднего профиля к одной моде. Иными словами, S-образный, непрерывный ход позиционного угла. Во-вторых, уверенно измеренный параметр Стокса V (степень круговой поляризации), сохраняющий знак на протяжении импульса. Классификация мод основывалась на знаках следующим образом, одинаковые знаки $dp.a./d\phi$ и V , следовательно, профиль сформирован X-модой; разные знаки — O-модой. Форма профиля (одногогорбая: Xs, Os; двугорбая: Xd, Od) указывалась дополнительно. Отметим, что согласно Andrianov and Beskin (2010), X-мода в основном должна давать одногорбые, а O-мода — двугорбые профили.

Чтобы минимизировать субъективность, мы реализовали численный алгоритм определения моды излучения. Алгоритм работает следующим образом: 1) В областях импульса с интенсивностью $>10\%$ от пиковой фиксируются знак параметра Стокса V и знак производной $dp.a./d\phi$ (после сглаживания кривой позиционного угла). 2) На основе этих знаков вычисляется параметр

$$\eta = \frac{1}{N} \sum_{I \geq 0.1 I_{max}} \text{sign } V \cdot \text{sign } \frac{dp.a.}{d\phi}, \quad (45)$$

где N - число точек, по которым производилось суммирование. Таким образом $-1 \leq \eta \leq 1$, и $\eta = 1$ соответствует чистой X-моды, а $\eta = -1$ соответствует чистой O-моды. Далее, классификацию можно провести выбрав некоторое значение η_{cr} . Тогда пульсары с $\eta > \eta_{cr}$, будут считаться излучающими преимущественно X-моду, а пульсары с $\eta < -\eta_{cr}$ — O-моду. Консервативность алгоритма контролируется параметром η_{cr} . Значение $\eta_{cr} = 0.4$ было выбрано как оптимальное, обеспечивающее наибольший размер итоговых выборок при сохранении доли ошибочных определений моды менее

Таблица 1: Наблюдаемое количество и медианные значения ширин средних профилей $W(^{\circ})P^{1/2}$ для каждой из мод для одnogорбых (S) и двугорбых (D) средних профилей.

	N	Xs	Xd	Os	Od
FAST	39+19+19+37	$12.4^{+2.4}_{-2.6}$	$12.7^{+5.7}_{-3.3}$	$12.6^{+6.1}_{-1.5}$	$16.0^{+2.7}_{-2.3}$
MeerKAT	178+36+93+114	$10.2^{+1.4}_{-0.7}$	$11.6^{+2.9}_{-1.6}$	$12.9^{+1.9}_{-1.1}$	$16.8^{+2.0}_{-1.5}$

Таблица 2: Наблюдаемое количество и медианные значения ширин средних профилей $W(^{\circ})P^{1/2}$ для каждой из мод

	N	X _{tot}	O _{tot}
FAST	58+57	$12.5^{+2.3}_{-2.2}$	$15.4^{+2.5}_{-2.2}$
MeerKAT	214+217	$10.6^{+1.1}_{-0.9}$	$15.3^{+0.8}_{-1.8}$

5% (проверено сравнением с ручной классификацией на пересекающихся данных).

Однако ручная выборка для MeerKAT превзошла автоматическую по размеру, главным образом из-за пульсаров с низким отношением сигнал/шум в поляризационных профилях. Для них алгоритм часто не мог определить моду, в отличие от экспертного анализа. Вследствие этого, гипотезу о различии ширин профилей решено было протестировать на выборках, полученных обоими методами, но детальный анализ представлен исключительно для ручной выборки.

Ширина средних профилей определялась непосредственным вычислением величины W_{10} по данным FAST и MeerKAT. Предпочтение было отдано именно величине W_{10} , так как для пульсаров с двугорбыми профилями и интенсивностью одного из пиков меньше 50%, значения W_{50} плохо отражают реальную ширину профиля.

Как видно из соотношений (1)–(3), рассматривая величину $W_{10}P^{1/2}$, удается исключить зависимость от периода P . Соответствующие плотности получившихся распределений представлены на рисунках 2 и 3. В Таблице 1 для каждой из мод, учитывая определенную выше классификацию, приведены медианные значения величин $W_{10}P^{1/2}$, а также указаны дове-

рительные интервалы для уровня 95%.

Проведенный анализ подтвердил ожидаемое различие в ширине профилей для двух мод: медианные значения ширины средних профилей излучения, формируемого обыкновенной модой (О-модой), действительно статистически значимо превышают соответствующие значения для профилей, генерируемых необыкновенной модой (Х-модой). Кроме того, анализ выявил ожидаемую зависимость ширины профиля от морфологии: одnogорбые профили, возникающие при боковом (касательном) прохождении луча зрения через диаграмму направленности излучения пульсара (традиционно моделируемую в виде полого конуса), демонстрируют существенно меньшую ширину по сравнению с двугорбыми профилями, которые формируются при центральном прохождении луча через конус. Интересной особенностью оказалось различие в статистической значимости между выборками: для объектов из каталога FAST доверительные интервалы медианных ширин О- и Х-мод частично перекрывались, тогда как для выборки MeerKAT эти интервалы были строго разделены. Это расхождение, вероятнее всего, объясняется меньшим объемом выборки FAST, что снижает статистическую мощность сравнения. Для получения объективных выводов, независимо от визуального анализа доверительных интервалов, была проведена формальная статистическая проверка основной гипотезы (о различии ширин О- и Х-мод) с использованием соответствующих непараметрических критериев.

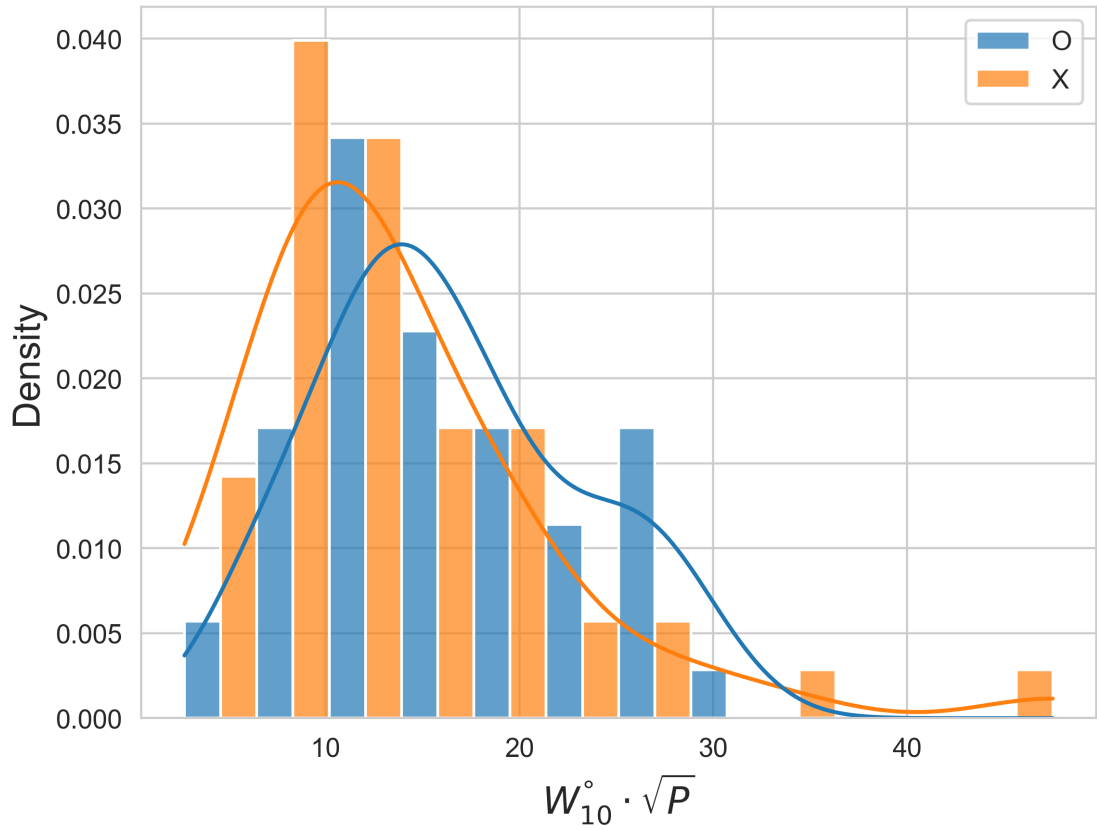


Рис. 2: Распределение приведенной ширины профилей пульсаров из каталога FAST с определенной модой

Для проверки различий получившихся распределений были применены критерий согласия Андерсона-Дарлинга и пермутационный тест на уровне значимости 5%. Для последнего в качестве рассматриваемой статистики использовалась разница медиан выборок. Как можно видеть из таблицы 3, для обоих каталогов (MeerKAT и FAST) и для обоих способов определения моды нулевая гипотеза об общей функции распределения для X и O мод отвергается всеми использованными тестами. Таким образом, можно утверждать, что у соответствующих функций распределения имеются статистически значимые отличия.

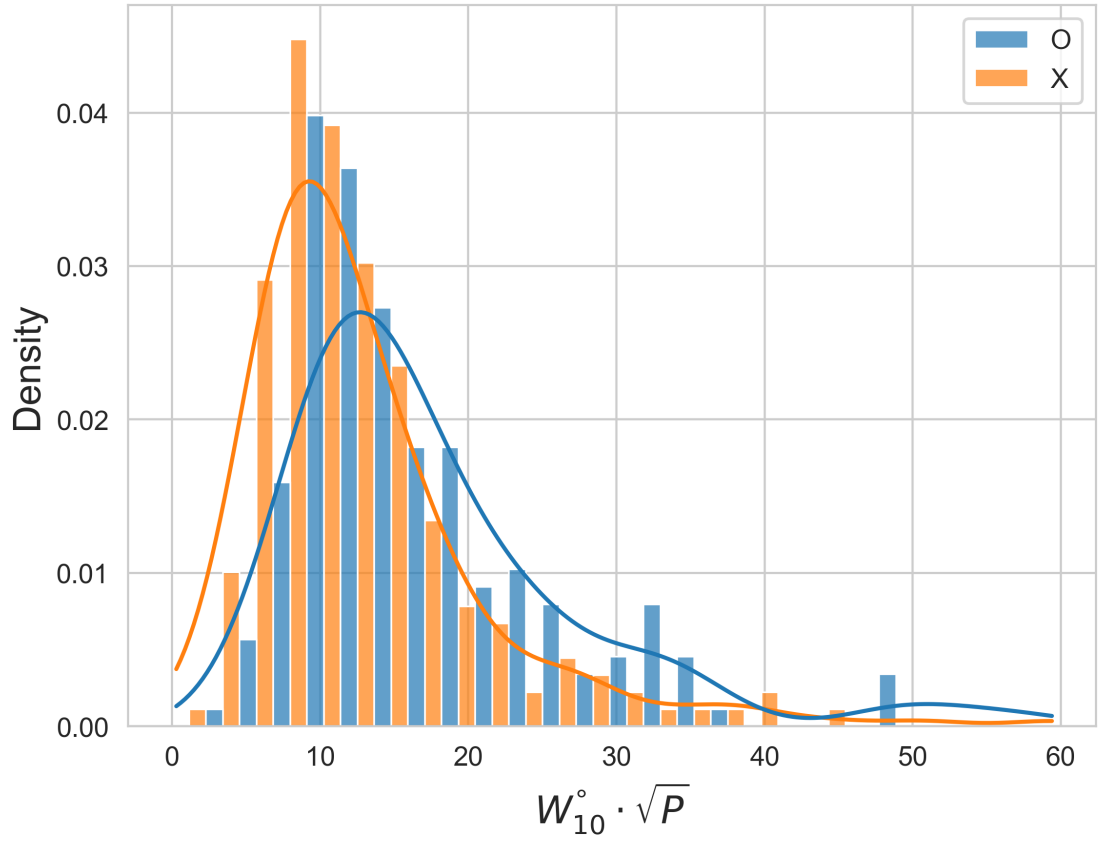


Рис. 3: Распределение приведенной ширины профилей пульсаров из каталога MeerKAT с определенной модой

Таблица 3: p-value статистических тестов, использованных для проверки гипотезы об отличии выборок для X и O мод.

p-value	Способ определения моды			
	Вручную		Автоматический	
Статистический тест	FAST	MeerKAT	FAST	MeerKAT
Тест Андерсона-Дарлинга	0.03	0.001	0.04	0.005
Пермутационный тест	0.02	0.0001	0.02	0.009

Таким образом, сам метод определения доминирующей моды излучения радиопульсаров получил косвенное подтверждение, позволив разделить пульсары на две выборки с существенно разными свойствами. Кроме того, теоретические предсказания о зависимости морфологических свойств средних профилей интенсивности от моды излучения оказались в согласии с новейшими наблюдениями. Тем самым, была показана корректность на-

ших представлений о теории распространения радиоволн в магнитосфере радиопульсара.

6.1 Аналитическая модель

Напомним, что, если обозначить собственную ширину диаграммы направленности пульсара как $W_r(P)$, то наблюдаемую ширину импульса можно записать как

$$W_{obs} = \frac{W_r(P)}{\sin \chi} (1 - x^2)^{1/2} \quad (46)$$

Здесь знаменатель $\sin \chi$ описывает геометрическое расширение импульса из-за неортогональности, а множитель $(1 - x^2)^{1/2}$, где $0 < x < 1$, соответствует сужению импульса из-за нецентрального прохождения линии зрения через диаграмму направленности.

Тогда можно записать следующее наблюдаемое распределение радиопульсаров для распределения по их углам наклона χ ,

$$dN = AV(\chi)V(x)dx \, d\chi \quad (47)$$

где A — нормированная константа. Здесь $V(\chi)$ — геометрическая функция видимости, зависящая от различной ориентации оси вращения относительно наблюдателя, а $V(x)$ — функция видимости, зависящая от различного прохождения диаграммы направленности.

Тогда, используя выражение (46) мы можем вывести функцию распределения пульсаров по ширине среднего профиля.

$$\begin{aligned} \frac{dN}{da} &= Aa \int_0^{\pi/2} V_\chi(\xi) V_x \left(\sqrt{1 - a^2 \sin^2 \xi} \right) \frac{\sin^2 \xi}{\sqrt{1 - a^2 \sin^2 \xi}} d\xi, \quad a < 1 \\ \frac{dN}{da} &= Aa^{-2} \int_0^1 V_\chi \left(\arcsin \frac{\sqrt{1 - y^2}}{a} \right) V_x(y) \frac{\sqrt{1 - y^2}}{\sqrt{1 - a^{-2}(1 - y^2)}} dy, \quad a > 1 \end{aligned} \quad (48)$$

где

$$a = \frac{W_{obs}}{W_r(P)} P^{1/2} \quad (49)$$

Можно заметить, что асимптотика выражения (48) при $a \ll 1$ (т.е. для малых W_{obs}) слабо зависит от функции V_χ , выражение для которой в целом

хорошо известно (Arzamasskiy et al., 2017). Асимптотика же при $a \gg 1$, наоборот слабо зависит от функции V_x .

Кроме того, при $a = 1$ выражение (48) расходится, что, очевидно, не соответствует наблюдательным данным (рис. 2). Это легко объяснить, если вспомнить, что величина $W_r(P)$ зависит не только от периода пульсара по формулам (1 - 3), но и от многих других параметров пульсара (например, магнитное поле на поверхности звезды, высота генерации излучения и многих других). Для того чтобы учесть этот факт, мы рассмотрим W_r как независимую от χ и x случайную величину, распределенную по логнормальному распределению.

$$V_{W_r}(W_r) = \frac{1}{W_r \sqrt{2\pi\sigma}} e^{-(\ln W_r - W_{r0})^2 / 2\sigma^2} \quad (50)$$

где W_{r0} и σ - среднее и дисперсия распределения соответственно.

Тогда, в силу предположения о независимости случайных величин, функция распределения пульсаров по ширине среднего профиля примет следующий вид:

$$\frac{dN}{dW} = \int_0^\infty dw \frac{V_{W_r}(w)}{w} \cdot \frac{dN}{da} \left(\frac{W}{w} \right) \quad (51)$$

где dN/da определяется выражением (48).

Как уже отмечалось ранее, выражение для функции видимости пульсаров по углу наклона хорошо известно (Arzamasskiy et al., 2017).

$$V_\chi = \sin \chi \quad (52)$$

Однако воспроизведение данного результата служило бы дополнительным подтверждением верности нашего подхода. В связи с чем, для дальнейшего анализа был выбран следующий вид функции V_χ

$$V_\chi = \sin^\nu \chi \quad (53)$$

Здесь стоит отметить, что выбор определенного вида для V_χ полностью определяет асимптотику выражения (51) при $W \gg W_{r0}$. Для $V_\chi = \sin^\nu \chi$ она оказывается равна $dN/dW \sim W^{-2-\nu}$.

В свою очередь, выражение для функции видимости по V_x существенным образом зависит от модели генерации излучения и распределении

плотности вторичной плазмы в магнитосфере пульсара. В связи с этим ниже мы положим

$$V_x = (1 - x^2)^\mu \quad (54)$$

где $(1 - x^2)$ - геометрический фактор (мы не можем видеть пульсар, если линия зрения не пересечет диаграмму направленности), показатель степени μ в дальнейшем будет рассматриваться как свободный параметр распределения.

Также как в случае V_χ выбор определенного вида для функции V_x полностью определяет асимптотику распределения (51) при $W \ll W_{r0}$. Для $V_x = (1 - x^2)^\mu$ она оказывается равна $dN/dW \sim W^{1+2\mu}$

Для определения свободных параметров распределения (51) был применен метод максимального правдоподобия (ММП). Результаты представлены в таблице 4 в зависимости от каталога и преобладающей моды излучения. Полученные на основании этих параметров интегральные функции распределения представлены на рисунках 4, 5.

Как можно заметить, значения параметров, полученных для X-моды совпадают с теоретическими предсказаниями (1, 52). Тогда как для O-моды — нет. Подобный результат полностью ожидаем. Действительно, невооруженным взглядом видно, что, в отличие от X-моды, распределение O-моды состоит как минимум из 2 компонент (Рис. 2, 3). Вероятно, это означает, что функция распределения собственной ширины диаграммы направленности пульсара для O-моды существенно отличается от предложенного выражения (50). Метод наибольшего правдоподобия, в свою очередь, предполагает, что общий вид распределения угадан верно. В противном случае полученные из него значения оказываются крайне далеки от реальных.

Таблица 4: Значения свободных параметров распределения (51) в зависимости от каталога и моды излучения

Каталог и мода	ν	μ	W_r	σ
MeerKAT O-mode	1.73	4.90	6.3	0.41
MeerKAT X-mode	1.13	0.42	4.6	0.32
FAST O-mode	3.00	4.09	6.0	0.43
FAST X-mode	1.24	0.37	4.9	0.35

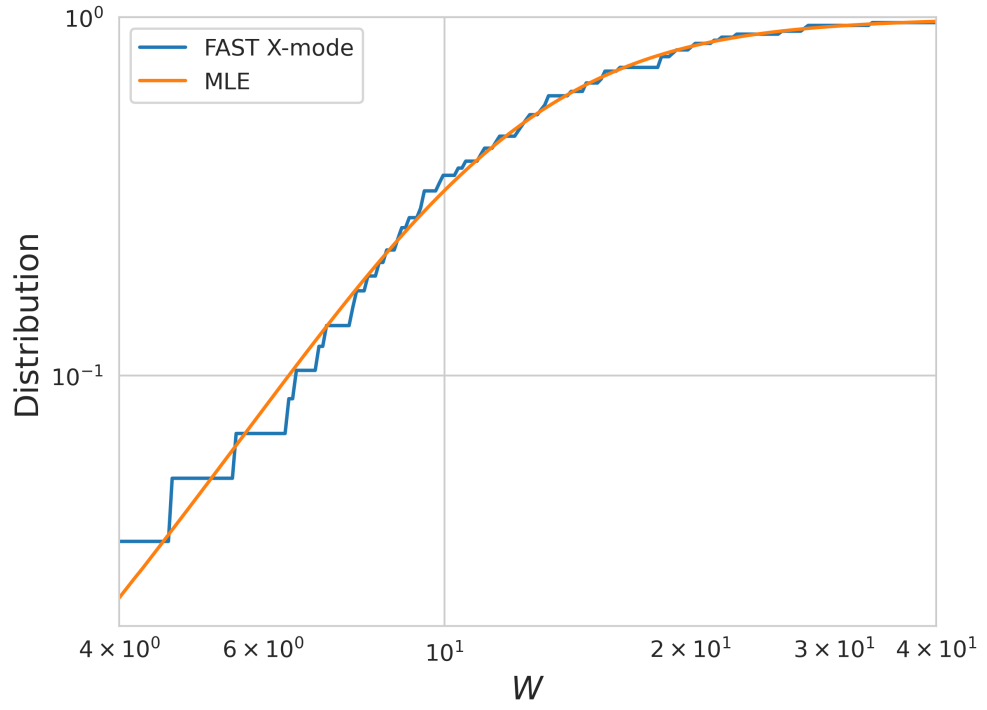


Рис. 4: Сравнение интегрального распределение ширины профилей пульсаров с X модой из каталога FAST с аналитической зависимостью (51)

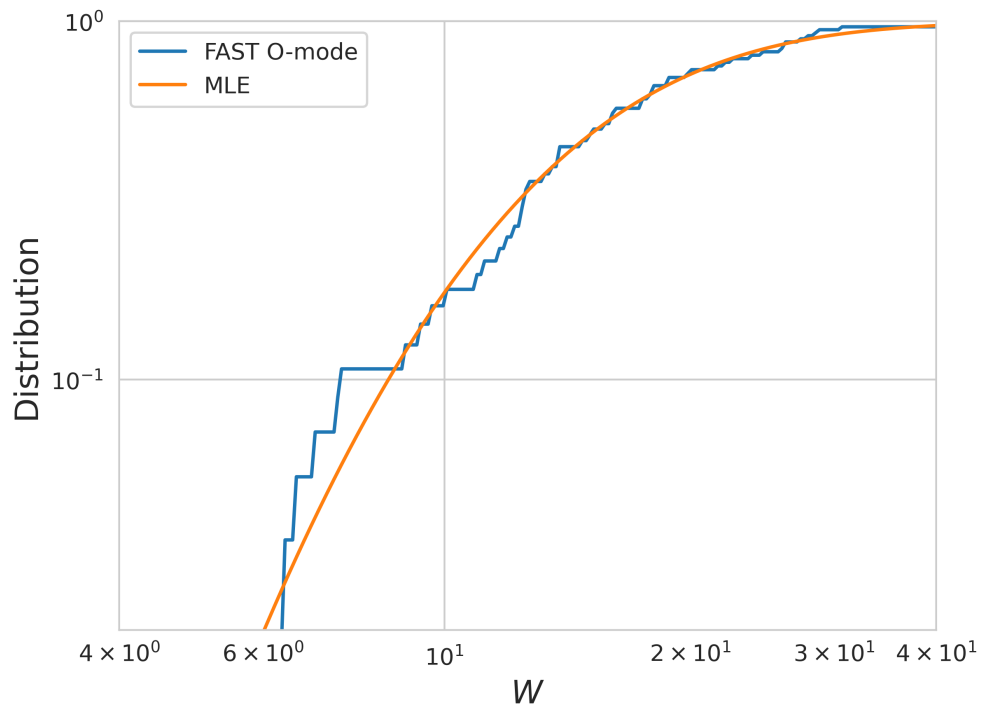


Рис. 5: Сравнение интегрального распределение ширины профилей пульсаров с O модой из каталога FAST с аналитической зависимостью (51)

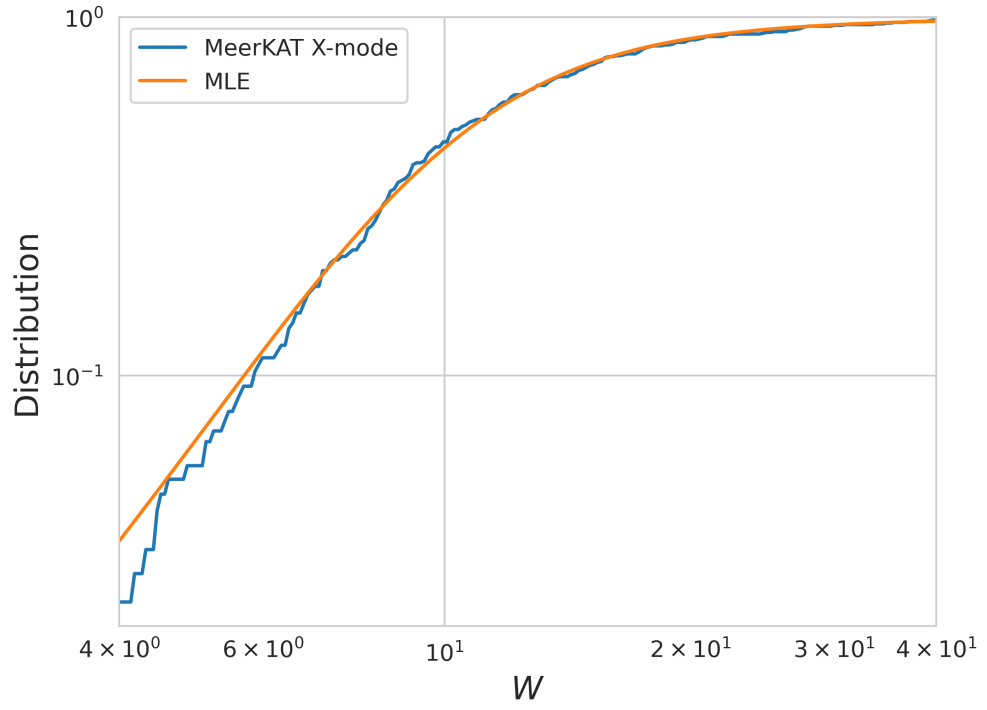


Рис. 6: Сравнение интегрального распределение ширины профилей пульсаров с X модой из каталога MeerKAT с аналитической зависимостью (51)

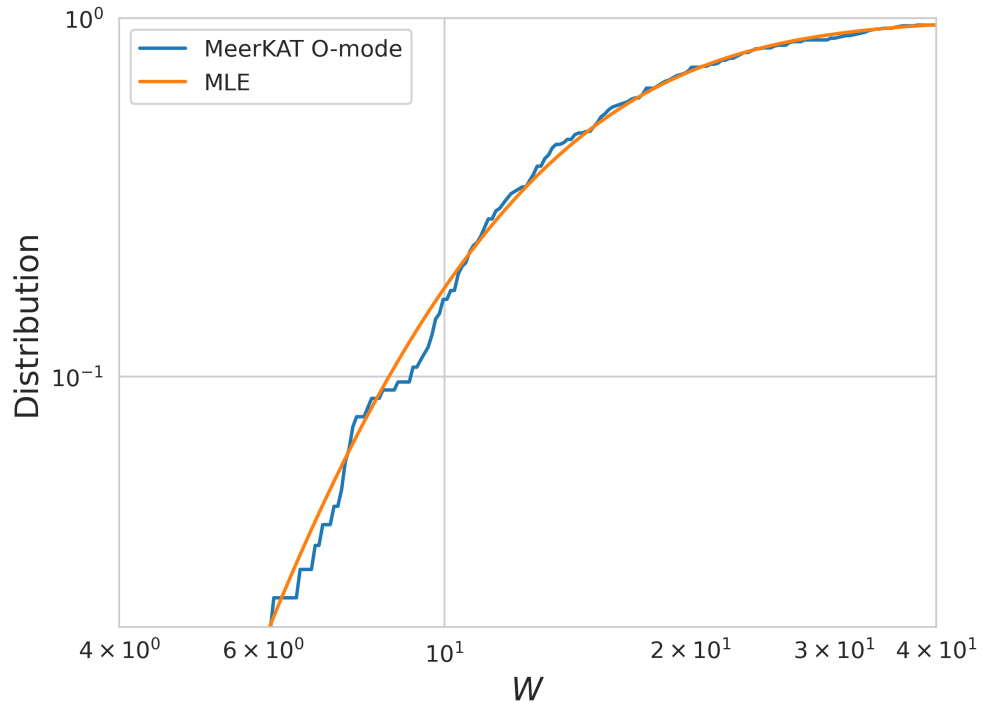


Рис. 7: Сравнение интегрального распределение ширины профилей пульсаров с O модой из каталога MeerKAT с аналитической зависимостью (51)

6.2 Монте-Карло моделирование

Мы провели статистический анализ распределений ширины импульса с помощью Монте-Карло моделирования. Целью этого моделирования является воспроизведение наблюдаемого распределения, представленного на рисунках 1 и 2. Наше моделирование Монте-Карло можно описать рядом последовательных шагов:

1. Сгенерировать угол наклона χ как случайную величину с функцией плотности вероятности $f_\chi(\chi)$ согласно выражению (26).

2. Сгенерировать угол между направлением на наблюдателя и осью вращения $\xi = \alpha + \beta$ как случайное отклонение с функцией плотности вероятности, заданной выражением (25).

3. Рассчитать минимальный угол между линией зрения и осью вращения $\beta = \xi - \alpha$.

4. Сгенерировать ширину диаграммы направленности пульсара W_r согласно распределению (50).

5. Проверить условие обнаружения $\beta < W_r$ для 10000 моделируемых пульсаров в каждом случае.

6. Для каждого набора параметров α, β и W_r , соответствующих наблюдаемому пульсару, рассчитать ширину импульса W_{10} (выражение 46).

7. Построить гистограмму ширины импульса W_{10} для "наблюдаемых" моделируемых пульсаров. Сравните ее с наблюдаемым распределением.

8. Оцените статистическую значимость с помощью теста Колмогорова-Смирнова, пермутационного теста и теста Андерсона-Дарлинга для моделируемых и наблюдаемых распределений ширины импульса.

Мы смоделировали большое количество распределений, следуя вышеприведенным процедурам (1)-(8), используя различные возможные параметры распределения (50).

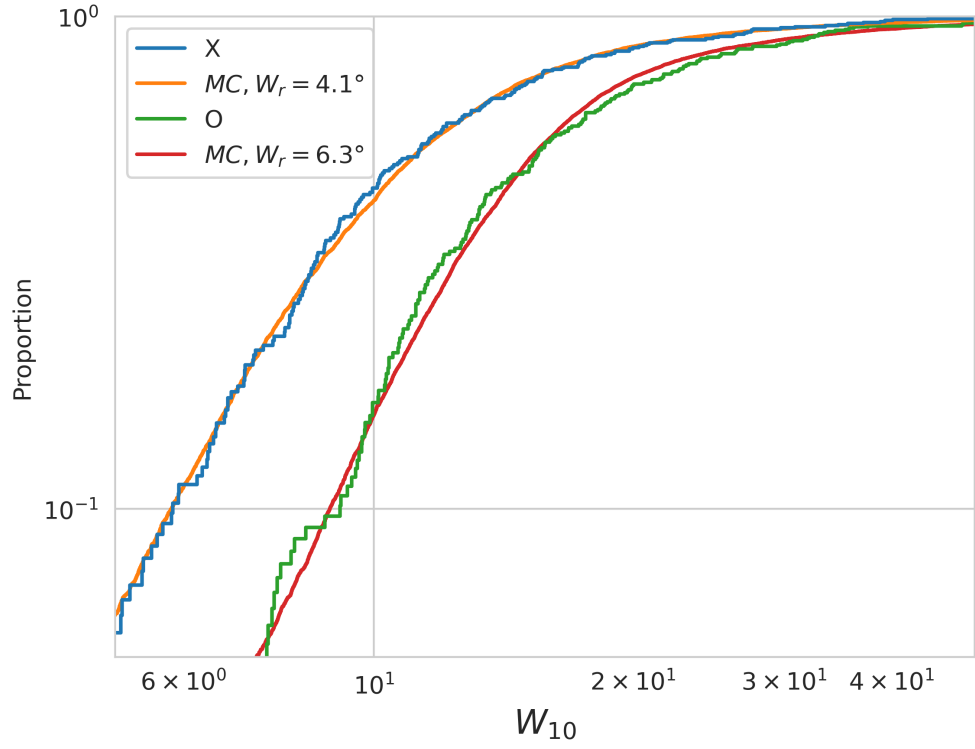


Рис. 8: Сравнение интегрального распределения ширины профилей пульсаров из каталога MeerKAT с Монте-Карло моделированием.

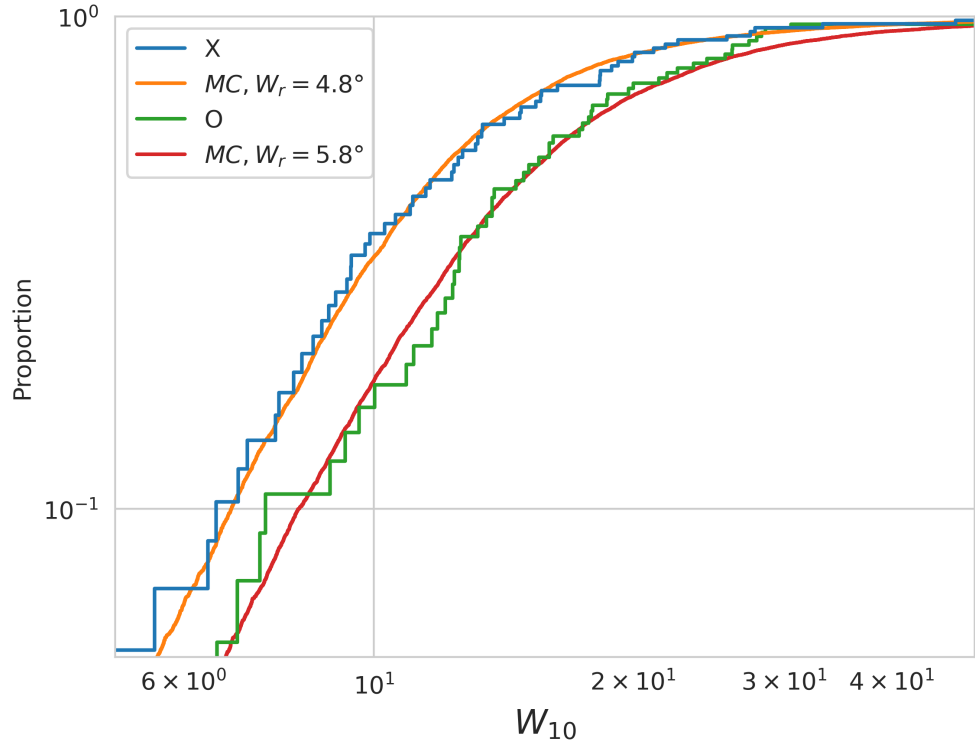


Рис. 9: Сравнение интегрального распределения ширины профилей пульсаров из каталога FAST с Монте-Карло моделированием.

Правдоподобные параметры распределения, которые, вероятно, воспроизводят наблюдаемую гистограмму, представленную на рисунках 2 и 3, перечислены в таблице 5, соответствующие им распределения представлены на рисунках 8 и 9.

Таблица 5: Значения свободных параметров распределения (51) в зависимости от каталога и моды излучения

Каталог и мода	W_r	σ
MeerKAT O-mode	6.3	0.23
MeerKAT X-mode	4.1	0.33
FAST O-mode	5.8	0.29
FAST X-mode	4.8	0.33

7 Обсуждение и заключение

Таким образом, можно с достаточно большой степенью уверенности заключить, что данные обзоров FAST и MeerKAT подтвердили полученные ранее на заметно меньшей статистике выводы о том, что, наблюдаемые ширины средних профилей радиопульсаров, формируемых X-модой, заметно меньше ширин средних профилей, формируемых O-модой. Данный вывод находится в полном согласии с предсказаниями общепринятой в настоящее время теории распространения волн в магнитосфере нейтронных звезд (см., например, Lyubarskii and Petrova (1998); Lyne and Graham-Smith (2012); Noutsos et al. (2015)).

Кроме того, примененный метод идентификации доминирующей моды излучения, основанный на соотношении знаков параметра Стокса V (круговая поляризация) и производной позиционного угла $dp.a./d\varphi$ (Накобян et al., 2017; Beskin and Philippov, 2012), получил убедительное косвенное подтверждение. Успешное разделение пульсаров на две статистически значительно различающиеся группы (O-мода и X-мода) по их поляризационным характеристикам и последующее выявление ожидаемых различий в свойствах средних профилей (ширина, морфология) доказывает корректность физической модели, связывающей наблюдаемую поляризацию с эффектом предельной поляризации.

Проведенное моделирование распределения ширин средних профилей W_{10} с учетом геометрических факторов и логнормального распределения собственной ширины диаграммы направленности пульсара W_r (50) адекватно воспроизвело наблюдаемые распределения ширин средних профилей для X-моды (Рис. 4, 6). и подтвердило полученный ранее на гораздо меньшей выборке вывод, что при анализе наблюдаемого распределения радиопульсаров необходимо использовать функцию видимости по углу $V_\chi = \sin \chi$. Было показано, что анализ распределения O-моды требует существенно более проработанной теории генерации излучения, чем имеется на данный момент.

Результаты Монте-Карло моделирования (Таблица 5) также подтвердили значения ширины диаграммы направленности $W_r \approx 4.1 - 4.8$ для

X-моды и $W_r \approx 5.8 - 6.3$ для О-моды, что совпадает с теоретическими оценками (1) - (3).

Список литературы

- Pavel Abolmasov, Anton Biryukov, and Sergei B. Popov. Spin Evolution of Neutron Stars. *Galaxies*, 12(1):7, February 2024. doi: 10.3390/galaxies12010007.
- A. S. Andrianov and V. S. Beskin. Limiting polarization effects: a key link in investigating the mean profiles of radio pulsars. *Astronomy Letters*, 36:248–259, April 2010. doi: 10.1134/S1063773710040031.
- L.I. Arzamasskiy, V.S. Beskin, and Pirov K.K. Statistics of interpulse radio pulsars: the key to solving the alignment/counter-alignment problem. *MNRAS*, 466:2325–2336, April 2017. doi: 10.1093/mnras/stw3139.
- J. J. Barnard and J. Arons. Wave propagation in pulsar magnetospheres - Refraction of rays in the open flux zone. *Astrophys. J.*, 302:138–162, March 1986. doi: 10.1086/163979.
- V. S. Beskin. Radio pulsars: already fifty years! *Physics Uspekhi*, 61(4):353–380, April 2018. doi: 10.3367/UFNe.2017.10.038216.
- V. S. Beskin and A. A. Philippov. On the mean profiles of radio pulsars - I. Theory of propagation effects. *MNRAS*, 425:814–840, September 2012. doi: 10.1111/j.1365-2966.2012.20988.x.
- V. S. Beskin, A. V. Gurevich, and I. N. Istomin. Theory of the radio emission of pulsars. *Ap&SS*, 146:205–281, July 1988. doi: 10.1007/BF00637577.
- V. S. Beskin, A. Yu Istomin, and A. G. Mikhaylenko. On the triple pulsar profiles generated by ordinary mode. *MNRAS*, 526(2):1633–1645, December 2023. doi: 10.1093/mnras/stad2731.
- M. Blaskiewicz, J. M. Cordes, and I. Wasserman. A relativistic model of pulsar polarization. *Astrophys. J.*, 370:643–669, April 1991. doi: 10.1086/169850.
- Avery E. Broderick and Roger D. Blandford. Understanding the Geometry of Astrophysical Magnetic Fields. *Astrophys. J.*, 718(2):1085–1099, August 2010. doi: 10.1088/0004-637X/718/2/1085.

- A. F. Cheng and M. A. Ruderman. A theory of subpulse polarization patterns from radio pulsars. *Astrophys. J.*, 229:348–360, April 1979. doi: 10.1086/156959.
- Z. H. Czyz, B. Bieg, and Yu. A. Kravtsov. Complex polarization angle: Relation to traditional polarization parameters and application to microwave plasma polarimetry. *Physics Letters A*, 368(1-2):101–107, August 2007. doi: 10.1016/j.physleta.2007.03.055.
- D. Fussell, Q. Luo, and D. B. Melrose. Cyclotron absorption in rotating pulsar magnetospheres. *MNRAS*, 343:1248–1256, August 2003. doi: 10.1046/j.1365-8711.2003.06767.x.
- J. Gil. The Frequency Dependence of Micropulse Separation. *A&A*, 104:69, December 1981.
- V. L. Ginzburg. *The propagation of electromagnetic waves in plasmas*. 1970.
- D. M. Gould and A. G. Lyne. Multifrequency polarimetry of 300 radio pulsars. *MNRAS*, 301:235–260, November 1998. doi: 10.1046/j.1365-8711.1998.02018.x.
- H. L. Hakobyan, V. S. Beskin, and A. A. Philippov. On the mean profiles of radio pulsars II: Reconstruction of complex pulsar light-curves and other new propagation effects. *MNRAS*, 469:2704–2719, March 2017. doi: 10.1093/mnras/stx1025.
- T. H. Hankins and J. M. Rankin. Arecibo Multi-Frequency Time-Aligned Pulsar Average-Profile and Polarization Database. *AJ*, 139:168–175, January 2010. doi: 10.1088/0004-6256/139/1/168.
- S. Johnston, M. Kramer, A. Karastergiou, M. J. Keith, L. S. Oswald, A. Parthasarathy, and P. Weltevrede. The Thousand-Pulsar-Array programme on MeerKAT - XI. Application of the rotating vector model. *MNRAS*, 520(4):4801–4814, April 2023. doi: 10.1093/mnras/stac3636.
- A. Lyne and F. Graham-Smith. *Pulsar Astronomy*. Cambridge University Press, Cambridge, March 2012.

- A. G. Lyne, C. A. Jordan, F. Graham-Smith, C. M. Espinoza, B. W. Stappers, and P. Weltevrede. 45 years of rotation of the Crab pulsar. *MNRAS*, 446(1): 857–864, January 2015. doi: 10.1093/mnras/stu2118.
- Y. E. Lyubarskii and S. A. Petrova. Refraction of radio waves in pulsar magnetospheres. *A&A*, 333:181–187, May 1998.
- R. N. Manchester, G. B. Hobbs, A. Teoh, and M. Hobbs. The australia telescope national facility pulsar catalogue. *Astrophys. J.*, 129(4):1993–2006, apr 2005. doi: 10.1086/428488. URL <https://doi.org/10.1086/428488>.
- D. B. Melrose and M. E. Gedalin. Relativistic Plasma Emission and Pulsar Radio Emission: A Critique. *Astrophys. J.*, 521(1):351–361, August 1999. doi: 10.1086/307539.
- A. B. Mikhailovskii, O. G. Onishchenko, G. I. Suramlshvili, and S. E. Sharapov. The Emergence of Electromagnetic Waves from Pulsar Magnetospheres. *Soviet Astronomy Letters*, 8:369–371, June 1982.
- Dipanjana Mitra, Janusz Gil, and George I. Melikidze. Unraveling the Nature of Coherent Pulsar Radio Emission. *ApJ*, 696(2):L141–L145, May 2009. doi: 10.1088/0004-637X/696/2/L141.
- A. Noutsos, C. Sobey, V. I. Kondratiev, P. Weltevrede, J. P. W. Verbiest, A. Karastergiou, M. Kramer, M. Kuniyoshi, A. Alexov, R. P. Breton, A. V. Bilous, S. Cooper, H. Falcke, J. M. Grießmeier, T. E. Hassall, J. W. T. Hessels, E. F. Keane, S. Osłowski, M. Pilia, M. Serylak, B. W. Stappers, S. ter Veen, J. van Leeuwen, K. Zagkouris, K. Anderson, L. Bähren, M. Bell, J. Broderick, D. Carbone, Y. Cendes, T. Coenen, S. Corbel, J. Eislöffel, R. Fender, H. Garsden, P. Jonker, C. Law, S. Markoff, J. Masters, J. Miller-Jones, G. Molenaar, R. Osten, M. Pietka, E. Rol, A. Rowlinson, B. Scheers, H. Spreew, T. Staley, A. Stewart, J. Swinbank, R. Wijers, R. Wijnands, M. Wise, P. Zarka, and A. van der Horst. Pulsar polarisation below 200 MHz: Average profiles and propagation effects. *A&A*, 576:A62, April 2015. doi: 10.1051/0004-6361/201425186.

- S. A. Petrova and Y. E. Lyubarskii. Propagation effects in pulsar magnetospheres. *A&A*, 355:1168–1180, March 2000.
- A. Philippov and M. Kramer. Pulsar Magnetospheres and Their Radiation. *ARA&A*, 60:495–558, August 2022. doi: 10.1146/annurev-astro-052920-112338.
- J. M. Rankin. Toward an empirical theory of pulsar emission. I. Morphological taxonomy. *Astrophys. J.*, 274:333–358, November 1983. doi: 10.1086/161450.
- J. M. Rankin. Toward an empirical theory of pulsar emission. IV - Geometry of the core emission region. *Astrophys. J.*, 352:247–257, March 1990. doi: 10.1086/168530.
- M. A. Ruderman and P. G. Sutherland. Theory of pulsars - Polar caps, sparks, and coherent microwave radiation. *Astrophys. J.*, 196:51–72, February 1975. doi: 10.1086/153393.
- Roman V. Shcherbakov and Lei Huang. General relativistic polarized radiative transfer: building a dynamics-observations interface. *MNRAS*, 410(2):1052–1063, January 2011. doi: 10.1111/j.1365-2966.2010.17502.x.
- D. R. Stinebring, J. M. Cordes, J. M. Rankin, J. M. Weisberg, and V. Boriakoff. Pulsar polarization fluctuations. I. 1404 MHz statistical summaries. *ApJS*, 55:247–277, June 1984. doi: 10.1086/190954.
- P. Sturrock. A Model of Pulsar. *Astrophys. J.*, 164:529–556, March 1971.
- J. H. Taylor and R. N. Manchester. Observed properties of 147 pulsars. *AJ*, 80:794–806, October 1975. doi: 10.1086/111813.
- J. H. Taylor and D. R. Stinebring. Recent progress in the understanding of pulsars. *ARA&A*, 24:285–327, 1986. doi: 10.1146/annurev.aa.24.090186.001441.
- Karel A. van der Hucht, editor. *Proceedings, 26th General Assembly of the International Astronomical Union (IAU): Praha, Czech Republic, August 14-25, 2006*, volume 14, 2007.

- C. Wang, D. Lai, and J. Han. Polarization changes of pulsars due to wave propagation through magnetospheres. *MNRAS*, 403:569–588, April 2010. doi: 10.1111/j.1365-2966.2009.16074.x.
- P. F. Wang, J. L. Han, J. Xu, C. Wang, Y. Yan, W. C. Jing, W. Q. Su, D. J. Zhou, and T. Wang. FAST Pulsar Database. I. Polarization Profiles of 682 Pulsars. *Research in Astronomy and Astrophysics*, 23(10):104002, October 2023. doi: 10.1088/1674-4527/acea1f.
- V. V. Zheleznyakov. *Electromagnetic waves in cosmic plasma. Generation and propagation*. 1977.
- V. V. Zheleznyakov. *Radiation in Astrophysical Plasmas*, volume 204. 1996. doi: 10.1007/978-94-009-0201-5.