

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»
Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики

Направление подготовки / специальность: Прикладные математика и физика (бакалавриат)

Направленность (профиль) подготовки: Компьютерные технологии и интеллектуальный
анализ данных

КАРТЫ СИНХРОТРОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ОТ НЕОДНОРОДНОГО ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО РЕЛЯТИВИСТСКОГО СТРУЙНОГО ВЫБРОСА

(бакалаврская работа)

Студент:
Фролова Валерия Александровна

(подпись студента)

Научный руководитель:
Нохрина Елена Евгеньевна
канд. физ.-мат. наук, доц.

(подпись научного руководителя)

Консультант (при наличии):

(подпись консультанта)

Москва 2019

Аннотация

В работе рассматриваются две модели синхротронного излучения релятивистских джетов в цилиндрическом приближении. Для этих моделей строятся и анализируются карты спектральной интенсивности излучения, подробно рассмотрены случаи различной оптической толщины среды и различных углов наблюдения. Основным результатом работы является анализ в рамках предложенных моделей эффекта уярчения к краю; предполагается возможность изменения геометрии уярчения при наблюдении на разных частотах.

Оглавление

Введение	3
1 Основные понятия теории переноса излучения	4
1.1 Уравнение переноса излучения	4
1.1.1 Вид уравнения переноса излучения	4
1.1.2 Решение уравнения в оптически толстой и тонкой средах	5
1.1.3 Спектральный индекс	6
1.1.4 Спектральный поток энергии от источника синхротронного излучения	6
1.2 Бустинг	7
2 Рассматриваемые модели и вычисление срезов	9
2.1 Магнитогидродинамика	9
2.1.1 Основные уравнения	9
2.1.2 Интегралы движения	9
2.1.3 О решении уравнений	12
2.2 Описание моделей	14
2.2.1 Модель джета с замкнутым током	14
2.2.2 Модель джета с линейными интегралами движения	15
3 Карты излучения	16
3.1 Наблюдение вдоль оси и перпендикулярно ей	16
3.1.1 Случай $\varphi = 0$	16
3.1.2 Случай $\varphi = \frac{\pi}{2}$	29
3.2 Наблюдение под произвольным углом	37
Заключение	45
Литература	46

Введение

Измерение видимого сдвига ядра обычно применяется для определения физических параметров плазмы в джетах ([14], [9], [20], [17]). Среди других предположений, данный метод использует однородность излучающей области. Тем не менее, численное ([10], [24]) и аналитическое ([15], [17], [13], [1], [12]) моделирование показывают, что релятивистские джеты имеют очень неоднородную поперечную структуру. Недавние наблюдения в высоком разрешении чётко показывают поперечную структуру джета с ярко выраженным уярчением к краю ([16], [7]). Этот эффект может быть следствием нагрева плазмы за счёт неустойчивостей на границе между джетом и окружающей средой [5]. Это означает, что степенной закон, выражющий зависимость концентрации плазмы от Лоренц-фактора,

$$dn = k_e(\mathbf{r})\gamma^{-p}d\gamma, \quad (1)$$

имеет амплитуду, зависящую от координат, с большим числом релятивистских частиц в граничных областях джета.

Другое возможное объяснение — это зависимость наблюдаемого спектрального потока от структуры джета: от амплитуды магнитного поля и концентрации плазмы. Такой подход был использован, чтобы оценить амплитуду магнитного поля в джете по наблюдаемой яркостной температуре [18].

Задача, которую мы ставим перед собой, заключается в построении яркостных карт для джетов. Наша цель в данной работе — использовать поперечную и продольную структуру для воспроизведения наблюдаемых особенностей синхротронного излучения, в частности, эффекта уярчения к краю. Именно, мы будем изучать, как спектральный поток энергии S_ν , который будет определён далее, зависит от частоты наблюдения и геометрии рассматриваемой области джета. Это позволяет сравнивать результаты проводимого нами моделирования с результатами наблюдений, так как имеется связь

$$T_{br} \propto \frac{S_\nu}{\theta^2}, \quad (2)$$

где θ — угловой размер источника.

Для этого мы будем решать уравнение переноса излучения с учётом синхротронного самопоглощения для релятивистской плазмы, движущейся относительно наблюдателя с релятивистской скоростью, наблюданной в струйных выбросах из активных ядер галактик (АЯГ). В качестве простейшей модели джета мы будем рассматривать цилиндр с поперечной структурой, являющейся решением уравнений магнитной гидродинамики (МГД) ([3], [19], [12]).

Глава 1

Основные понятия теории переноса излучения

1.1 Уравнение переноса излучения

Уравнение переноса излучения является основным уравнением при нахождении спектрального потока энергии. В этом разделе мы дадим необходимые для дальнейшей работы определения, следуя [21].

1.1.1 Вид уравнения переноса излучения

Определим интенсивность излучения I_ν как количество энергии, проходящее через единичную площадку, нормальную к направлению рассматриваемого луча, за единицу времени с единичного телесного угла в единичном диапазоне частот:

$$dE = I_\nu dA dt d\Omega d\nu. \quad (1.1)$$

Теперь определим спектральный коэффициент излучения j_ν как количество энергии, излучённое в единичном объёме за единицу времени с единичного телесного угла в единичном диапазоне частот:

$$dE = j_\nu dV dt d\Omega d\nu. \quad (1.2)$$

При прохождении расстояния ds , луч с поперечным сечением dA проходит через объём $dV = dA ds$, поэтому увеличение интенсивности составляет

$$dI_\nu = j_\nu ds. \quad (1.3)$$

Также определим коэффициент поглощения α_ν следующим уравнением:

$$dI_\nu = -\alpha_\nu I_\nu ds, \quad (1.4)$$

описывающим потери энергии при прохождении расстояния ds . Здесь принимается $\alpha_\nu > 0$.

Объединяя эффекты излучения и поглощения, получаем уравнение переноса излучения:

$$\frac{dI_\nu}{ds} = -\alpha_\nu I_\nu + j_\nu. \quad (1.5)$$

1.1.2 Решение уравнения в оптически толстой и тонкой средах

Определим функцию оптической толщины τ_ν как

$$\tau_\nu(s) = \int_{s_0}^s \alpha_\nu(\xi) d\xi. \quad (1.6)$$

Говорят, что среда является оптически толстой, если значение τ_ν , полученное интегрированием вдоль характерного пути в среде, удовлетворяет условию $\tau_\nu > 1$. Если же $\tau_\nu < 1$, то говорят, что среда является оптически тонкой или прозрачной. По существу, оптически тонкой называется такая среда, в которой фотон частоты ν в среднем может пересечь среду, не будучи поглощённым.

Получим решение уравнения переноса излучения методом вариации постоянных. Сперва рассматриваем однородное уравнение:

$$\frac{dI_\nu}{ds} = -\alpha_\nu I_\nu, \quad (1.7)$$

$$I_{\nu, \text{одн}}(s) = A \exp \left(- \int_{s_0}^s \alpha_\nu(\xi) d\xi \right). \quad (1.8)$$

Теперь полагаем $A = A(s)$:

$$\frac{dA}{ds} = j_\nu(s) \exp \left(\int_{s_0}^s \alpha_\nu(\xi) d\xi \right), \quad (1.9)$$

$$A(s) = \int_{s_0}^s j_\nu(\eta) \exp \left(\int_{s_0}^\eta \alpha_\nu(\xi) d\xi \right) d\eta + I_\nu(s_0), \quad (1.10)$$

$$I_\nu(s) = I_\nu(s_0) \exp \left(- \int_{s_0}^s \alpha_\nu(\xi) d\xi \right) + \int_{s_0}^s j_\nu(\eta) \exp \left(- \int_\eta^s \alpha_\nu(\xi) d\xi \right) d\eta. \quad (1.11)$$

Прокомментируем содержание полученной формулы. Переменному s соответствует точка на картинной плоскости. Если мы полагаем форму источника выпуклой, то рассматриваемый луч пересекает поверхность, ограничивающую источник, в двух точках — s_0 и s . Таким образом, первое слагаемое имеет смысл вклада «засветки» за источником, а второе слагаемое — это суммарный вклад от каждой точки на пути прохождения луча. Это обсуждение легко обобщается на невыпуклый случай.

Теперь рассмотрим предельные случаи.

В оптически тонкой среде мы имеем приближённое решение вида

$$I_\nu(s) \approx I_\nu(s_0) + \int_{s_0}^s j_\nu(\eta) d\eta, \quad (1.12)$$

то есть это предельный случай $\alpha_\nu \rightarrow 0$.

Оптически толстая среда, наоборот, соответствует предельному случаю $j_\nu \rightarrow 0$:

$$I_\nu(s) \approx I_\nu(s_0) \exp \left(- \int_{s_0}^s \alpha_\nu(\xi) d\xi \right). \quad (1.13)$$

Поведение этих частных решений и их связь с оптической толщиной будут нам полезны для анализа результатов.

1.1.3 Спектральный индекс

Напомним, что такое спектральный индекс p . Мы работаем в рамках предположения, что электроны имеют следующее распределение:

$$dn = k_e(\mathbf{r})\gamma^{-p}d\gamma, \quad \gamma \in [\gamma_{\min}, \gamma_{\max}], \quad (1.14)$$

где γ — Лоренц-фактор, $k_e(\mathbf{r})$ — функция координат, соответствующая амплитуде концентрации в данной точке.

На практике значение p зависит от рассматриваемого источника. Мы будем использовать значение $p = 2$, которое хорошо согласовано с результатами численного моделирования ([4], [22], [23]).

Выбрав $p = 2$, произведём интегрирование (1.14) в заданных пределах:

$$n_0(\mathbf{r}) = \int_{\gamma_{\min}}^{\gamma_{\max}} k_e(\mathbf{r}) \frac{d\gamma}{\gamma^2} = k_e(\mathbf{r}) \left(\frac{1}{\gamma_{\min}} - \frac{1}{\gamma_{\max}} \right) \approx \frac{k_e(\mathbf{r})}{\gamma_{\min}}, \quad (1.15)$$

если γ_{\max} достаточно велико. Таким образом, локально

$$k_e(\mathbf{r}) \approx n_0(\mathbf{r})\gamma_{\min}. \quad (1.16)$$

Условно положив $\gamma_{\min} = 1$, получаем

$$k_e(\mathbf{r}) = n_0(\mathbf{r}). \quad (1.17)$$

Этим соотношением мы будем существенно пользоваться в дальнейшем.

1.1.4 Спектральный поток энергии от источника синхротронного излучения

Для произвольного источника на расстоянии d от наблюдателя спектральный поток энергии S_ν определяется спектральной плотностью ρ_ν и коэффициентом поглощения α_ν с помощью выражения [8]

$$S_\nu = \frac{\hbar\nu}{2d^2} \int d^3\mathbf{r} \rho_\nu(\mathbf{r}) \exp \left(- \int \alpha_\nu(\mathbf{r}') ds' \right), \quad (1.18)$$

где внутреннее интегрирование происходит вдоль траектории наблюдения, а внешнее — по объёму интересующей нас области источника. Здесь \hbar — постоянная Планка. По существу, выражение (1.18) представляет собой решение уравнения переноса излучения, проинтегрированное по картинной плоскости. Убедимся в этом.

В самом деле, положим в (1.11) $I_\nu(s_0) = 0$: в таком предположении излучает только источник. Так как d достаточно велико, то мы можем считать, что все лучи, пронизывающие источник, принадлежат параллельным прямым. Связем с их направляющим вектором координату x . Отметим, что этот вектор перпендикулярен картинной плоскости. Выберем в ней координаты y и z таким образом, чтобы набор (x, y, z) был правой системой координат. Картинную плоскость обозначим S . Наконец произведём интегрирование:

$$\begin{aligned} S_\nu &= \int_S I_\nu d\Omega = \int_S I_\nu \frac{dy dz}{d^2} = \int_S \frac{dy dz}{d^2} \int_{x_0}^x j_\nu(\eta, y, z) \exp \left(- \int_{s(\eta, y, z)}^s \alpha_\nu(\xi) d\xi \right) d\eta = \\ &= \frac{1}{d^2} \int j_\nu(\mathbf{r}) \exp \left(- \int_{s(\mathbf{r})}^s \alpha_\nu(\xi) d\xi \right) d\mathbf{r}. \end{aligned} \quad (1.19)$$

Безымянный интеграл здесь соответствует интегрированию по всему объёму источника. Определив ρ_ν по j_ν посредством выражения $j_\nu = \frac{\hbar\omega}{4\pi}\rho_\nu = \frac{\hbar\nu}{2}\rho_\nu$, получаем искомое выражение (1.18).

В случае источника синхротронного излучения и справедливости (1.14) величины \mathfrak{A}_ν и ρ_ν имеют вид [8]

$$\mathfrak{A}_\nu = c(p)r_0^2 k_e \frac{\nu_0}{\nu} \left(\frac{\nu_B}{\nu} \right)^{\frac{p+2}{2}} = c(p)r_0^2 n_0 \frac{\nu_0}{\nu} \left(\frac{\nu_B}{\nu} \right)^2, \quad (1.20)$$

$$\rho_\nu = 4\pi \left(\frac{3}{2} \right)^{\frac{p-1}{2}} a(p)\alpha k_e \left(\frac{\nu_B}{\nu} \right)^{\frac{p+1}{2}} = 4\pi \sqrt{\frac{3}{2}} a(p)\alpha n_0 \left(\frac{\nu_B}{\nu} \right)^{\frac{3}{2}}, \quad (1.21)$$

где

$$\nu_B = \frac{eB(\mathbf{r})}{2\pi mc}, \quad \nu_0 = \frac{c}{r_0}. \quad (1.22)$$

Здесь $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c}$ — постоянная тонкой структуры, $r_0 = \frac{e^2}{mc^2}$ — классический радиус электрона, $B(\mathbf{r})$ — магнитное поле, c — скорость света, e и m — заряд и масса электрона соответственно, $a(p)$ и $c(p)$ — коэффициенты, зависящие от спектрального индекса [8] (таблица 1.1).

Таблица 1.1: Коэффициенты, зависящие от спектрального индекса.

p	$a(p)$	$c(p)$
1	0.2833	1.191
1.5	0.1490	1.239
2	0.1032	1.396
2.5	0.08311	1.670
3	0.07408	2.093
3.5	0.07117	2.727
4	0.07255	3.673
4.5	0.07764	5.090
5	0.08657	7.236

1.2 Бустинг

Так как мы рассматриваем релятивистский случай, то необходимо учесть бустинг. Наша цель — записать (1.18) в зависимости от параметров, измеренных наблюдателем.

Рассмотрим следующие системы отсчёта: систему отсчёта наблюдателя, систему отсчёта ядра, систему отсчёта плазмы.

Учтём [18], что амплитуды концентрации, измеренные в системе отсчёта ядра и системе отсчёта плазмы, связаны как

$$k_{e,p} = \frac{k_e}{\gamma}, \quad (1.23)$$

а частоты, измеренные в системе отсчёта наблюдателя и системе отсчёта плазмы, связаны соотношением

$$\nu_p = \nu_{obs} \frac{1 + z_0}{\delta}, \quad (1.24)$$

где z_0 — космологическое красное смещение источника, $\delta = \frac{1}{\gamma(1 - \beta \cos \varphi)}$ — Допплер-фактор, φ — угол, под которым осуществляется наблюдение. Для простоты в расчётах мы пренебрежём z_0 . Здесь и далее без индексов будем обозначать величины, измеренные в системе отсчёта ядра, индекс obs будет относиться к величинам, измеренным в системе отсчёта наблюдателя, а индекс p будет относиться к величинам, измеренным в системе отсчёта плазмы.

Мы предполагаем, что основной вклад за пределами светового цилиндра, определяемого соотношением $R_L = c/\Omega_F$, вносит тороидальная компонента магнитного поля [15]. Кроме того, компоненты магнитного поля связаны соотношением

$$B_\varphi \approx \frac{B_{Pr}}{R_L}, \quad (1.25)$$

значит, для пересчёта магнитного поля мы можем воспользоваться

$$B_p = \frac{B_{obs}}{\gamma}. \quad (1.26)$$

Также воспользуемся Лоренц-инвариантом [21]

$$\frac{S_\nu}{\nu^3} = \text{inv}, \quad (1.27)$$

что можно записать как

$$S_{\nu_{obs}, obs} = \delta^3 S_{\nu_p, p}. \quad (1.28)$$

Отметим, что домножение на δ^3 необходимо производить под знаком интеграла, так как Допплер-фактор δ зависит от рассматриваемой точки в джете. Таким образом, (1.18) преобразуется к виду

$$S_{\nu_{obs}, obs} = \frac{\hbar \nu_{obs}}{2d^2} \int d^3 \mathbf{r} \delta^2(\mathbf{r}) \rho_{\nu_p, p}(\mathbf{r}) \exp \left(- \int \mathfrak{A}_{\nu_p, p}(\mathbf{r}') ds' \right), \quad (1.29)$$

где

$$\mathfrak{A}_{\nu_p, p} = c(p) r_0^2 n_{0,p} \frac{\nu_0}{\nu_p} \left(\frac{\nu_{B_p}}{\nu_p} \right)^2 = c(p) r_0^2 n_{0,p} \delta^3 \frac{1}{\gamma^2} \frac{\nu_0}{\nu_{obs}} \left(\frac{\nu_{B_{obs}}}{\nu_{obs}} \right)^2, \quad (1.30)$$

$$\rho_{\nu_p, p} = 4\pi \sqrt{\frac{3}{2}} a(p) \alpha n_{0,p} \left(\frac{\nu_{B_p}}{\nu_p} \right)^{\frac{3}{2}} = 4\pi \sqrt{\frac{3}{2}} a(p) \alpha n_{0,p} \left(\frac{\delta}{\gamma} \right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{\nu_{B_{obs}}}{\nu_{obs}} \right)^{\frac{3}{2}}. \quad (1.31)$$

Эти соотношения будут основными в проводимых нами численных расчётах.

Глава 2

Рассматриваемые модели и вычисление срезов

В данной главе мы опишем две модели, которые используем для вычислений, и обсудим возможность получения эффекта уярчения к краю в рамках этих моделей. Для начала получим соотношения, используемые в наших вычислениях (см., например, [26], [6]).

2.1 Магнитогидродинамика

2.1.1 Основные уравнения

Для вычисления карт синхротронного излучения мы будем использовать полуаналитическое моделирование поперечной структуры выброса. Выпишем основные уравнения рассматриваемой теории:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{v}) = 0 \text{ — уравнение непрерывности,} \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = \mathbf{F} - \frac{\nabla p}{\rho} + \frac{1}{\rho c} \mathbf{j} \times \mathbf{B} + \nu \nabla^2 \mathbf{v} \text{ — второй закон Ньютона,} \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -c \nabla \times \mathbf{E} \text{ — закон Фарадея,} \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \text{ — отсутствие магнитных зарядов,} \quad (2.4)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} \text{ — закон Ампера,} \quad (2.5)$$

$$\mathbf{E} + \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{B}}{c} = 0 \text{ — идеальный закон Ома.} \quad (2.6)$$

Кроме того, необходимо уравнение состояния.

2.1.2 Интегралы движения

Нашей целью является получение интегралов движения, различное задание которых будет определять ту или иную модель.

Нас интересует стационарная осесимметрическая задача. Также в уравнении движения мы пренебрегаем вязким членом и гравитацией. Тогда уравнения (2.1), (2.2), (2.3) принимают вид

$$\nabla(\rho\mathbf{v}) = 0, \quad (2.7)$$

$$(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \frac{1}{\rho c}\mathbf{j} \times \mathbf{B}, \quad (2.8)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0. \quad (2.9)$$

Далее будем пользоваться цилиндрическими координатами. С помощью индекса φ будем обозначать тороидальные компоненты, а с помощью индекса P — полоидальные компоненты векторов.

Определим функцию магнитного потока Ψ :

$$\Psi(r, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{S(r,z)} \mathbf{B}_P d\mathbf{S}, \quad (2.10)$$

С другой стороны, следуя [6], запишем полоидальное магнитное поле как

$$\mathbf{B}_P = \nabla \times \left(\frac{\Psi(r, z)}{r} \mathbf{e}_\varphi \right). \quad (2.11)$$

Убедимся, что таким образом введённая функция Ψ совпадает с функцией магнитного потока. В самом деле, применим в выражении (2.10) теорему Стокса:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{S(r,z)} \mathbf{B}_P d\mathbf{S} = \frac{1}{2\pi} \oint_{\partial S} \frac{\Psi(r, z)}{r} \mathbf{e}_\varphi d\mathbf{l} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\Psi(r, z)}{r} \mathbf{e}_\varphi \cdot r \mathbf{e}_\varphi d\varphi = \Psi(r, z). \quad (2.12)$$

Теперь увидим, что справедливо ещё одно удобное представление полоидального магнитного поля. Для этого вспомним вид некоторых дифференциальных операторов в триортогональных криволинейных системах координат (см., например, [27]). А именно, градиент и ротор записываются следующим образом:

$$\nabla U = \frac{1}{\sqrt{g_{ii}}} \frac{\partial U}{\partial t^i} e_i, \quad (2.13)$$

$$\nabla \times A = \frac{1}{\sqrt{g}} \begin{vmatrix} \sqrt{g_{11}} e_1 & \sqrt{g_{22}} e_2 & \sqrt{g_{33}} e_3 \\ \frac{\partial}{\partial t^1} & \frac{\partial}{\partial t^2} & \frac{\partial}{\partial t^3} \\ \sqrt{g_{11}} A^1 & \sqrt{g_{22}} A^2 & \sqrt{g_{33}} A^3 \end{vmatrix}. \quad (2.14)$$

Также напомним вид метрики в цилиндрических координатах: $g_{ij} = \text{diag}(1, r^2, 1)$. Получим, что $\nabla \times \left(\frac{\Psi}{r} \mathbf{e}_\varphi \right) = \frac{\nabla \Psi \times \mathbf{e}_\varphi}{r}$:

$$\frac{1}{r} \begin{vmatrix} \mathbf{e}_r & r\mathbf{e}_\varphi & \mathbf{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \varphi} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & \Psi & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{e}_r & \mathbf{e}_\varphi & \mathbf{e}_z \\ \frac{\partial \Psi}{\partial r} & \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi} & \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial z} \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial z} \\ 0 \\ \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} \end{pmatrix}. \quad (2.15)$$

Значит,

$$\mathbf{B}_P = \frac{\nabla \Psi \times \mathbf{e}_\varphi}{r}. \quad (2.16)$$

Теперь воспользуемся тем, что в силу осевой симметрии справедливо

$$E_\varphi = 0. \quad (2.17)$$

(2.6) при учёте (2.17) даёт

$$[\mathbf{v} \times \mathbf{B}]_\varphi = 0, \quad (2.18)$$

или

$$\mathbf{v}_P \times \mathbf{B}_P = 0. \quad (2.19)$$

Для нас важны следующие следствия этого факта.

Во-первых, (2.19) означает, что $\mathbf{v}_P \parallel \mathbf{B}_P$. Введём коэффициент пропорциональности η следующим образом:

$$\rho \mathbf{v}_P = \eta \mathbf{B}_P. \quad (2.20)$$

Подстановка в (2.7) даёт

$$\nabla(\eta \mathbf{B}_P) = 0, \quad (2.21)$$

или

$$\mathbf{B}_P \cdot \nabla \eta + \eta \nabla \mathbf{B}_P = 0. \quad (2.22)$$

Это означает

$$\mathbf{B}_P \cdot \nabla \eta = 0 \quad (2.23)$$

при учёте представления (2.11). Таким образом, $\nabla \eta \perp \mathbf{B}_P$, то есть η постоянна на касательных к \mathbf{B}_P поверхностях, значит, $\eta = \eta(\Psi)$.

Во-вторых, (2.17) и (2.19) позволяют переписать (2.6) как

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= -\frac{1}{c}(\mathbf{v}_P \times \mathbf{B}_\varphi + \mathbf{v}_\varphi \times \mathbf{B}_P) \\ &= -\frac{1}{c} \left(\frac{\eta}{\rho} \mathbf{B}_P \times \mathbf{B}_\varphi + \mathbf{v}_\varphi \times \mathbf{B}_P \right) \\ &= \frac{1}{c} \left(\frac{\eta}{\rho} \mathbf{B}_\varphi - \mathbf{v}_\varphi \right) \times \mathbf{B}_P \\ &= \frac{1}{c} \left(\frac{\eta}{\rho} B_\varphi - v_\varphi \right) \mathbf{e}_\varphi \times \left(\frac{\nabla \Psi \times \mathbf{e}_\varphi}{r} \right) \\ &= \frac{1}{cr} \left(\frac{\eta}{\rho} B_\varphi - v_\varphi \right) (\nabla \Psi - \mathbf{e}_\varphi (\mathbf{e}_\varphi \cdot \nabla \Psi)) \\ &= \frac{1}{cr} \left(\frac{\eta}{\rho} B_\varphi - v_\varphi \right) \nabla \Psi. \end{aligned} \quad (2.24)$$

Здесь мы также воспользовались представлением (2.16).

Отметим, что здесь мы ради простоты использовали нерелятивистские соотношения. (2.24) показывает, что $\mathbf{E} \propto \nabla \Psi$. Введём коэффициент пропорциональности Ω_F как

$$\mathbf{E} = -\frac{\Omega_F}{2\pi} \nabla \Psi \quad (2.25)$$

и подставим данное выражение в (2.9). Получаем

$$\begin{aligned} 0 &= \nabla \times (\Omega_F \nabla \Psi) \\ &= \nabla \Omega_F \times \nabla \Psi, \end{aligned} \quad (2.26)$$

то есть $\nabla\Omega_F \parallel \nabla\Psi$. Таким образом, мы получили, что $\Omega_F = \Omega_F(\Psi)$.

Также рассмотрим тороидальную компоненту магнитного поля. Для $\mathbf{j} = j(r)\mathbf{e}_z$ выпишем z -компоненту уравнения (2.5):

$$\frac{1}{r} \begin{vmatrix} \mathbf{e}_r & r\mathbf{e}_\varphi & \mathbf{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \varphi} & \frac{\partial}{\partial z} \\ B_r & rB_\varphi & B_z \end{vmatrix} \cdot \mathbf{e}_z = \frac{1}{r} \frac{\partial(rB_\varphi)}{\partial r} = \frac{4\pi}{c} j, \quad (2.27)$$

где в силу осевой симметрии $\frac{\partial B_r}{\partial \varphi} = 0$. Воспользуемся полученным, чтобы найти связь между тороидальной компонентой магнитного поля и полным током, пронизывающим поверхность:

$$J = \int_{S(r,z)} \mathbf{j} d\mathbf{S} = \int_0^r j(\xi) \cdot 2\pi\xi d\xi = \int_0^r \frac{c}{4\pi\xi} \frac{\partial(\xi B_\varphi)}{\partial \xi} \cdot 2\pi\xi d\xi = \frac{c}{2} r B_\varphi(r). \quad (2.28)$$

Таким образом, мы получили выражение для B_φ :

$$B_\varphi(r) = \frac{2J}{cr}. \quad (2.29)$$

Ещё три интеграла движения — это интеграл потока энергии $E(\Psi)$, интеграл плотности потока углового момента $L(\Psi)$ и энтропия $s(\Psi)$. При этом полная мощность струйного выброса связана с $E(\Psi)$ как

$$\dot{\mathcal{E}} = \frac{1}{c} \int_0^{\Psi_0} E(\Psi) d\Psi, \quad (2.30)$$

а полный темп уносимого выбросом момента импульса определяется выражением

$$\dot{\mathcal{L}} = \frac{1}{c} \int_0^{\Psi_0} L(\Psi) d\Psi. \quad (2.31)$$

2.1.3 О решении уравнений

Для цилиндрической модели решаются уравнения Бернулли и комбинация уравнений Бернулли и Грэда-Шафранова, представляющего собой уравнение баланса сил по-перёк магнитной поверхности, на зависимость функции магнитного потока Ψ и квадрат альвеновского полоидального числа Маха

$$\mathcal{M}^2 = \frac{u_P^2}{u_{Ap}^2} = \frac{4\pi\mu\eta^2}{n} \quad (2.32)$$

от радиуса r , где

$$u_{Ap} = \frac{B_P}{\sqrt{4\pi n\mu}}, \quad (2.33)$$

$\mu = mc^2 + mw$ и w — релятивистская и нерелятивистская энталпия соответственно.

Уравнение Бернулли имеет следующий вид:

$$\frac{\mathcal{M}^4}{64\pi^4 r^2} \left(\frac{d\Psi}{dr} \right)^2 = \frac{K}{r^2 A^2} - \mu^2 \eta^2. \quad (2.34)$$

Здесь

$$A = 1 - \Omega_F^2 r^2 / c^2 - \mathcal{M}^2 - \quad (2.35)$$

— альвеновский фактор и

$$K = r^2 (e')^2 (A - \mathcal{M}^2) + \mathcal{M}^4 r^2 E^2 - \mathcal{M}^4 L^2 c^2, \quad (2.36)$$

где $e' = E - \Omega_F L$.

Второе уравнение на \mathcal{M}^2 записывается как

$$\begin{aligned} \left[\frac{(e')^2}{\mu^2 \eta^2} - 1 + \frac{\Omega_F^2 r^2}{c^2} - A \frac{c_s^2}{c^2} \right] \frac{d\mathcal{M}^2}{dr} &= \frac{\mathcal{M}^6 L^2 c^2}{Ar^3 \mu^2 \eta^2} \\ &+ \frac{\Omega_F^2 r \mathcal{M}^2}{c^2} \left[2 - \frac{(e')^2}{A \mu^2 \eta^2} \right] + \mathcal{M}^2 \frac{e'}{\mu^2 \eta^2} \frac{d\Psi}{dr} \frac{de'}{d\Psi} \\ &+ \frac{\mathcal{M}^2 r^2}{2c^2} \frac{d\Psi}{dr} \frac{d\Omega_F^2}{d\Psi} - \mathcal{M}^2 \left(1 - \frac{\Omega_F^2 r^2}{c^2} + 2A \frac{c_s^2}{c^2} \right) \frac{d\Psi}{dr} \frac{1}{\eta} \frac{d\eta}{d\Psi} \\ &- \left[\frac{A}{n} \left(\frac{\partial P}{\partial s} \right)_n + \left(1 - \frac{\Omega_F^2 r^2}{c^2} \right) T \right] \frac{\mathcal{M}^2}{\mu} \frac{d\Psi}{dr} \frac{ds}{d\Psi}. \end{aligned} \quad (2.37)$$

где T — температура, c_s — скорость звука, определяемая как

$$c_s^2 = \frac{1}{m} \frac{dP}{dn} \Big|_s, \quad (2.38)$$

m — масса частиц, P — давление (см., например, [26], [1]).

Численное решение этих уравнений требует следующих граничных условий: на оси должно быть выполнено $\Psi(0) = 0$, $\mathcal{M}^2(0) = \mathcal{M}_{in}^2 > 1$; граница выброса r_{jet} определяется следующим условием: $\Psi(r_{jet}) = \Psi_0$, где Ψ_0 — полный магнитный поток в джете. При этом на r_{jet} должно быть выполнено условие равенства давлений $P(r_{jet}) = P_{ext}$. Второе условие подбирается итеративно выбором величины квадрата числа Маха \mathcal{M}_{in}^2 на оси. Различные значения \mathcal{M}_{in}^2 соответствуют различным срезам струйного выброса. Чем больше \mathcal{M}_{in}^2 , тем более далёкой от чёрной дыры и более широкой части выброса соответствует полученный срез. Для примера мы рассматриваем срезы $\mathcal{M}_{in}^2 = 2$ и $\mathcal{M}_{in}^2 = 6$. Как мы увидим ниже, для реалистичных параметров значение $\mathcal{M}_{in}^2 = 2$ соответствует частично или полностью непрозрачной области на частоте порядка нескольких гигагерц, а $\mathcal{M}_{in}^2 = 6$ — прозрачной области.

Численное решение получено для безразмерных величин. Для их оразмеривания и моделирования реалистичного излучения от течения, мы используем следующие параметры течения. Мы полагаем параметр замагниченности равным $\sigma_M = 10$. Этот параметр равен отношению потока вектора Пойнтинга к потоку кинетической энергии плазмы у основания джета [17]. Далее, полный магнитный поток в джете равен

$$\Psi_0 = 6 \cdot 10^{33} \Gamma \cdot \text{см}^2,$$

а радиус светового цилиндра равен

$$R_L = 0.0267 \text{ пк.}$$

2.2 Описание моделей

Мы предлагаем использовать две модели для построения карт синхротронного излучения с самопоглощением для цилиндрического релятивистского струйного выброса.

2.2.1 Модель джета с замкнутым током

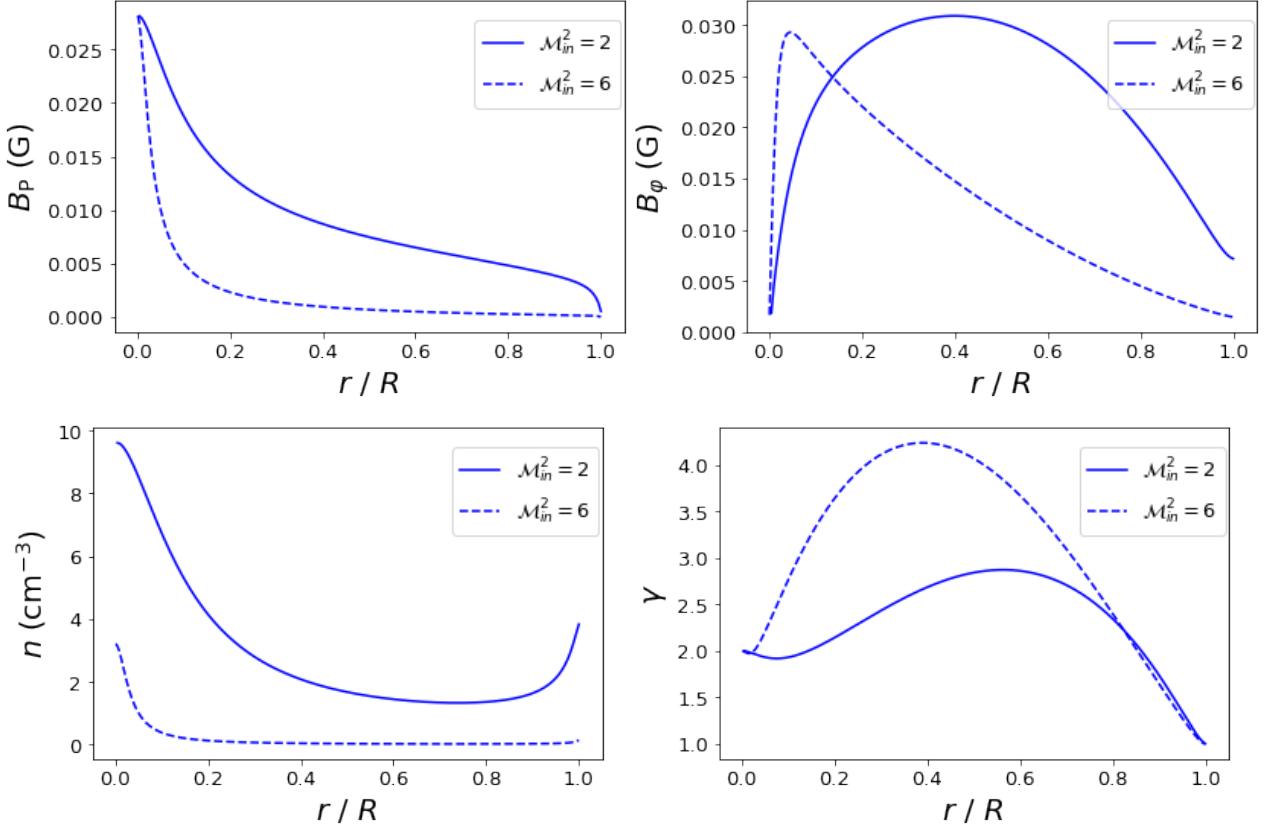


Рис. 2.1: Параметры в модели джета с замкнутым током.

Первая модель построена на основе следующих интервалов:

$$s(\Psi) = \text{const}, \quad (2.39)$$

$$\eta(\Psi) = \text{const}, \quad (2.40)$$

$$\Omega_F(\Psi) = \Omega_0 \sqrt{1 - \frac{\Psi}{\Psi_0}}, \quad (2.41)$$

$$L(\Psi) = \frac{\Omega_0 \Psi}{4\pi^2 c^2} \sqrt{1 - \frac{\Psi}{\Psi_0}}, \quad (2.42)$$

$$E(\Psi) = \Omega_F(\Psi)L(\Psi) + \gamma(\Psi)\eta\mu_{jet}, \quad (2.43)$$

где $\mu_{jet} = m_e c^2 + w_{jet}$ — релятивистская энталпия, $w_{jet} = c_{jet}^2 / (\Gamma - 1)$ — нерелятивистская энталпия с постоянной скоростью звука на границе джета c_{jet} и показателем политропы Γ . Начальный Лоренц-фактор течения выбран

$$\gamma(\Psi) = 2 - \frac{\Psi}{\Psi_0}, \quad (2.44)$$

так, чтобы на границе выброса течение имело нулевую скорость (см. подробнее [1], [12]).

Приведём профили физических величин, полученных в рамках этой модели и отвечающих за излучение (рис. 2.1).

Мы ожидаем, что увеличение концентрации плазмы к краю выброса вместе с меньшим Лоренц-фактором приведет к появлению наблюдаемого эффекта уярчения к краю ([1], [12]).

2.2.2 Модель джета с линейными интегралами движения

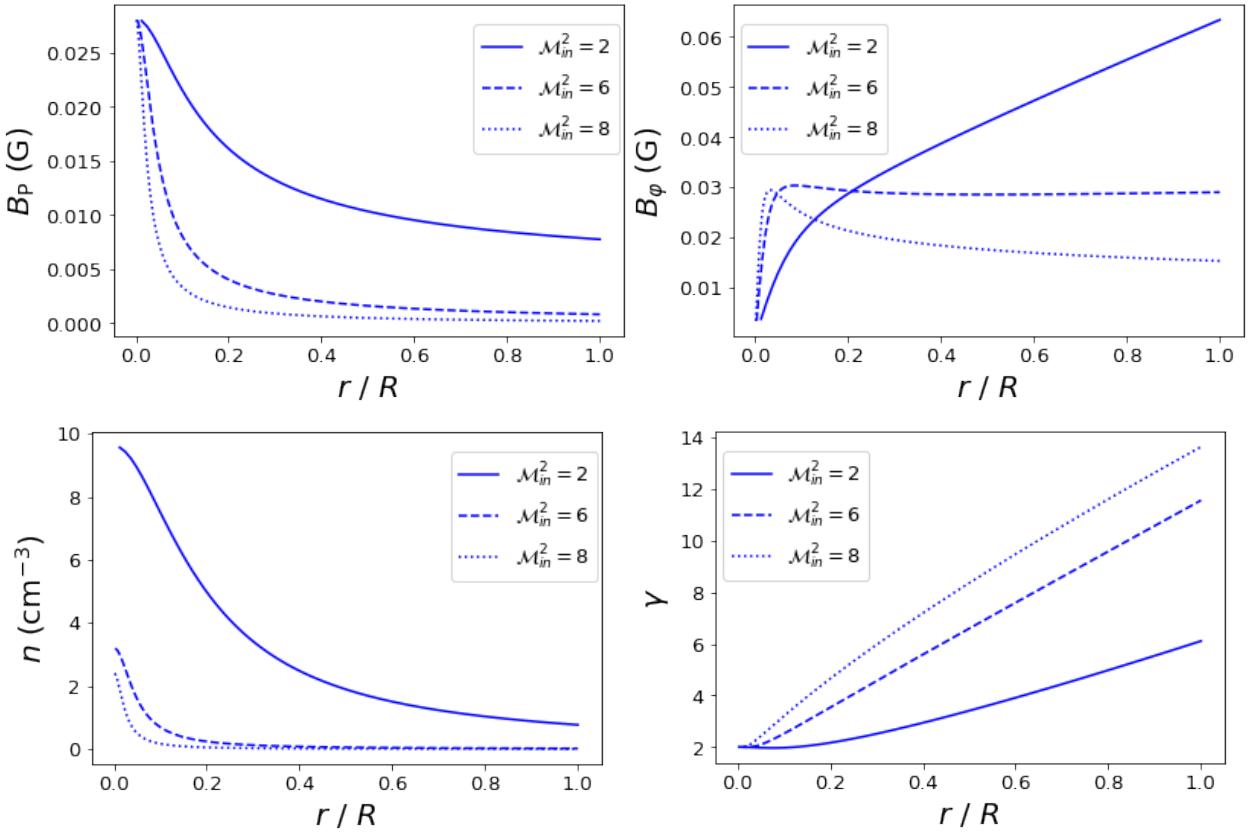


Рис. 2.2: Параметры в модели джета с линейными интегралами движения.

Вторая модель построена для холодного течения на основе следующих интервалов:

$$\eta(\Psi) = \text{const}, \quad (2.45)$$

$$\Omega_F(\Psi) = \Omega_0, \quad (2.46)$$

$$L(\Psi) = \frac{\Omega_0 \Psi}{4\pi^2 c^2}, \quad (2.47)$$

$$E(\Psi) = \Omega_F(\Psi)L(\Psi) + \gamma_{in}\eta\mu_{jet}, \quad (2.48)$$

где $\mu_{jet} = m_e c^2 = \text{const}$ — релятивистская энталпия, а начальный Лоренц-фактор течения выбран постоянным $\gamma_{in} = 2$ (см. подробнее [2], [3]).

Приведём профили физических величин, полученных в рамках этой модели и отвечающих за излучение (рис. 2.2).

Глава 3

Карты излучения

Основная трудность, возникающая в задаче построения карт излучения, заключается в необходимости удачного выбора способа представления результатов вычислений. Один из возможных способов — использовать решение уравнения переноса излучения (1.11), но в случае простой геометрии модели полноценная визуализация излучения на картинной плоскости может оказаться избыточна. С другой стороны, мы получили выражение для спектрального потока (1.29). Это функция от частоты наблюдения, и она, напротив, не содержит никакой информации об угле наблюдения или рассматриваемом срезе, так как во всех случаях мы ожидаем получение зависимости, характеристической для синхротронного излучения. Между тем, подходящее представление спектрального потока позволяет получить достаточно содержательные, но при этом не громоздкие визуально зависимости интенсивности излучения от координат. В данной работе мы будем стремиться к тому, чтобы представить зависимость $S_{\nu_{obs}, obs}$ в виде интеграла от некоторой плотности $s_{\nu_{obs}, obs}$, выбирая переменное распределения таким образом, чтобы зависимость $s_{\nu_{obs}, obs}$ от выбранного переменного одновременно была информативна и легко визуализировалась.

3.1 Наблюдение вдоль оси и перпендикулярно ей

В общем случае мы будем решать поставленную задачу для различных углов наблюдения джета. Однако для начала мы рассмотрим два простейших случая: наблюдение под углами 0 и $\frac{\pi}{2}$, то есть наблюдение вдоль оси джета и перпендикулярно ей соответственно.

3.1.1 Случай $\varphi = 0$

Выбор системы координат и получение выражения для плотности потока излучения в данной системе

Введём такую систему координат, чтобы её начало совпадало с центром одного из оснований рассматриваемого цилиндра, ось z была направлена вдоль оси цилиндра, а x и y выбирались как два ортогональных направления в плоскости основания таким образом, чтобы система (x, y, z) была правой системой координат (рис. 3.1).

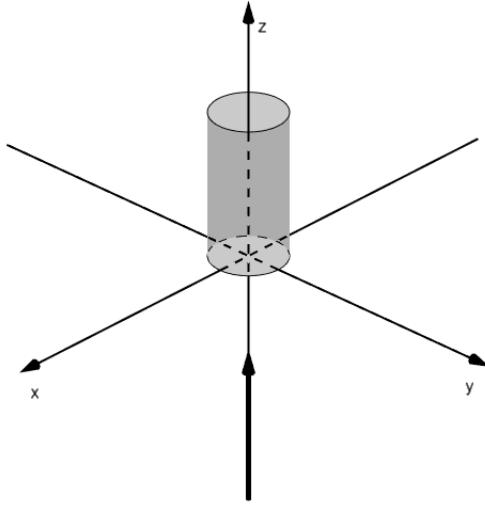


Рис. 3.1: Выбор системы координат в случае $\varphi = 0$.

Сделаем цилиндрическую замену координат:

$$\begin{cases} x = r \cos \phi, \\ y = r \sin \phi, \\ z = h. \end{cases} \quad (3.1)$$

Тогда (1.29) примет вид

$$\begin{aligned} S_{\nu_{obs}, obs} &= \frac{\hbar \nu_{obs}}{2d^2} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^R r dr \delta^2(r) \rho_{\nu_p, p}(r) \int_0^{L_p(r)} dh \exp \left(- \int_0^h \alpha_{\nu_p, p}(r) ds \right) = \\ &= \frac{\hbar \nu_{obs}}{2d^2} \cdot 2\pi \cdot \int_0^R r dr \delta^2(r) \rho_{\nu_p, p}(r) \int_0^{L_p(r)} dh \exp(-\alpha_{\nu_p, p}(r)h) = \\ &= \frac{\hbar \nu_{obs}}{2d^2} \cdot 2\pi \cdot \int_0^R r dr \delta^2(r) \rho_{\nu_p, p}(r) \cdot \frac{\exp(-\alpha_{\nu_p, p}(r)h)}{-\alpha_{\nu_p, p}(r)} \Big|_0^{L_p(r)} = \\ &= \frac{\hbar \nu_{obs}}{2d^2} \cdot 2\pi \cdot \int_0^R r dr \delta^2(r) \rho_{\nu_p, p}(r) \cdot \frac{1 - \exp(-\alpha_{\nu_p, p}(r)L_p(r))}{\alpha_{\nu_p, p}(r)}. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Длина рассматриваемого участка джета обозначена здесь как L_p , чтобы подчеркнуть, что она взята в системе отсчёта плазмы. Также подчеркнём, что она является функцией от r , а не постоянной величиной.

В самом деле, в рассматриваемых нами моделях делается предположение о цилиндрической форме выброса; в частности, мы считаем, что длина рассматриваемого участка является постоянной в системе отсчёта ядра. Поэтому перепишем оптическую толщину, входящую в (3.2), так, чтобы длина рассматриваемого участка была взята в системе отсчёта наблюдателя. Для этого учтём Лоренц-инвариантность τ и $\nu \alpha_\nu$ [21]. Тогда

$$L_{obs} = \frac{\tau(r)}{\alpha_{\nu_{obs}, obs}(r)}, \quad (3.3)$$

$$\nu_p(r) \alpha_{\nu_p,p}(r) = \nu_{obs} \alpha_{\nu_{obs},obs}(r), \quad (3.4)$$

и далее подстановка (1.24) — эффект Допплера — даёт

$$L_{obs} = \delta(r) L_p(r) \quad (3.5)$$

в системе отсчёта наблюдателя.

Таким образом, спектральный поток, записанный полностью в величинах, измеренных наблюдателем, имеет вид

$$S_{\nu_{obs},obs} = \frac{\hbar \nu_{obs}}{2d^2} \cdot 2\pi \cdot \int_0^R dr \delta^2(r) \frac{r \rho_{\nu_p,p}(r)}{\alpha_{\nu_p,p}(r)} \left(1 - \exp \left(-\frac{\alpha_{\nu_p,p}(r) L_{obs}}{\delta(r)} \right) \right) \quad (3.6)$$

Обратим внимание, что пересчёт

$$L_{obs} = \frac{L_p(r)}{\gamma(r)}, \quad (3.7)$$

имеющий в виду лоренцово сокращение длины, некорректен, так как нарушает Лоренц-инвариантность оптической толщины: результат (3.7) получен в предположении, что фотоны, излучённые с концов рассматриваемого отрезка, достигают наблюдателя одновременно, что верно только для случая $\varphi = \frac{\pi}{2}$.

В качестве элементарной проверки корректности дальнейших вычислений вычислим (3.6) численно методом трапеций и построим зависимость $S_{\nu_{obs},obs}(\nu_{obs}) \cdot d^2$ (рис. 3.2). Параметр L_{obs} при этом мы положим равным R . Такой выбор весьма условен, но отметим, что для длин такого порядка мы получаем максимум на частоте порядка 10^9 Гц. Мы убеждаемся, что степенные показатели, описывающие построенную зависимость, равны $\frac{5}{2}$ и $-\frac{p-1}{2} = -\frac{1}{2}$ соответственно (рис. 3.3), что соответствует синхротронному излучению.

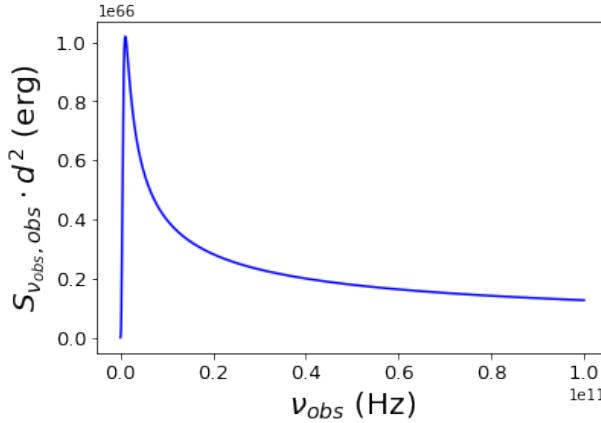


Рис. 3.2: Зависимость $S_{\nu_{obs},obs}(\nu_{obs})$ в случае $\varphi = 0$, $\mathcal{M}_{in}^2 = 2$, модель с замыканием тока.

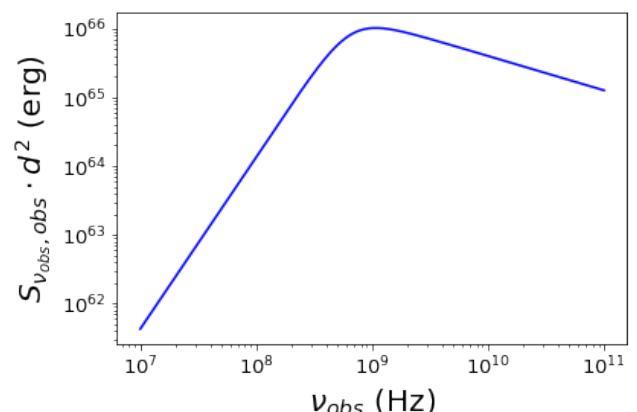


Рис. 3.3: log-log зависимость $S_{\nu_{obs},obs}(\nu_{obs})$ в случае $\varphi = 0$, $\mathcal{M}_{in}^2 = 2$, модель с замыканием тока.

Теперь представим (3.2) в виде

$$S_{\nu_{obs},obs} = \frac{\hbar \nu_{unit}}{2d^2} \int_0^R s_{\nu_{obs},obs}(r) dr, \quad (3.8)$$

где $\nu_{unit} = 1$ Гц, а радиальная плотность $s_{\nu_{obs},obs}$ имеет вид

$$s_{\nu_{obs},obs}(r) = \frac{\nu_{obs}}{\text{Hz}} \cdot 2\pi \delta^2(r) \frac{r \rho_{\nu_p,p}(r)}{\alpha_{\nu_p,p}(r)} \left(1 - \exp \left(-\frac{\alpha_{\nu_p,p}(r) L_{obs}}{\delta(r)} \right) \right). \quad (3.9)$$

Подчеркнём, что интеграл, входящий в (3.8), безразмерен и мы нормируем спектральный поток на величину $\frac{\hbar\nu_{unit}}{2d^2}$.

Анализ поведения функции оптической толщины

Для исследования поведения (3.9) мы рассмотрим случаи оптически толстой и оптически прозрачной сред. Для этого сперва рассмотрим, как выглядит поверхность, на которой оптическая толщина равна единице. Эта поверхность задаётся зависимостью $z_p(r)$, которая в случае $\varphi = 0$ определяется из уравнения $\tau(r) = 1$ как

$$z_p(r) = \frac{1}{\alpha_{\nu_p,p}(r)} \quad (3.10)$$

в системе отсчёта плазмы, а в системе отсчёта наблюдателя как

$$z_{obs}(r) = \frac{\delta(r)}{\alpha_{\nu_p,p}(r)}, \quad (3.11)$$

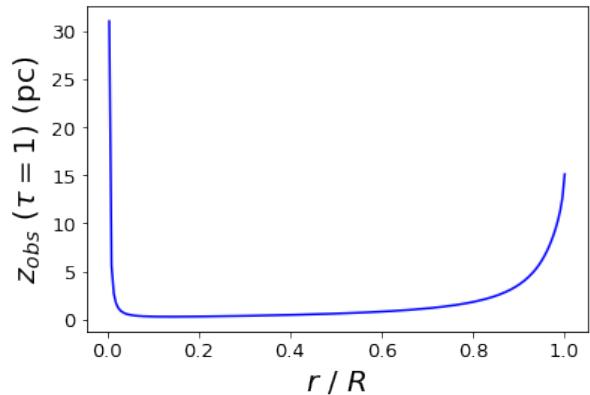
что следует из (3.5).

Поверхность единичной оптической толщины фактически характеризует, какая область выброса вносит существенный вклад в (3.6) и (3.9). Значит, выбирая L_{obs} таким образом, чтобы выполнялось $L_{obs} \gg z_{obs}(r)$ для любого r на характерных частотах, мы получим случай оптически толстой среды. При дальнейшем увеличении параметра длины результат останется неизменным. Напротив, выбирая $L_{obs} \ll z_{obs}(r)$, мы получим случай оптически тонкой среды. Опять же, при уменьшении параметра результат должен оставаться прежним. Цель, которую мы ставим перед собой рассмотрением таких идеальных случаев оптически толстой и тонкой сред, регулируемых длиной рассматриваемого участка выброса, следующая. При фиксировании длины, оптическая толщина будет регулироваться уже в первую очередь частотой. Поэтому понимание того, как устроена плотность в предельных случаях, позволит сразу же установить, какой случай наблюдаем.

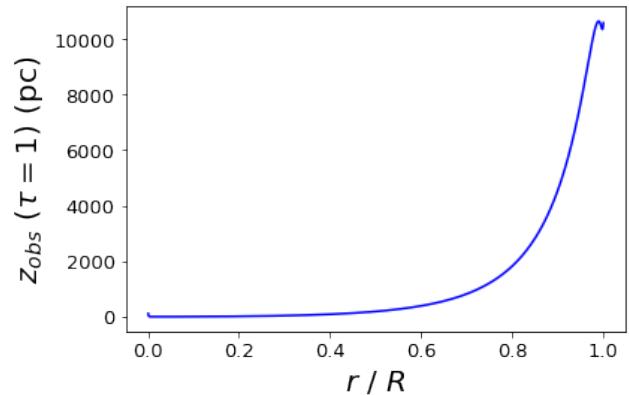
Построим график зависимости (3.11) на частоте $\nu_{obs} = 10^9$ Гц. Такая частота характерна для радиоинтерферометрии со сверхдлинными базами (РСДБ), поэтому она была выбрана нами для иллюстрации зависимости.

В случае модели с замыканием тока видим (рис. 3.4), что наиболее прозрачными являются центральная и краевая области, и с ростом M_{in}^2 края становятся значительно прозрачнее центра. В случае модели с линейными интегралами движения (рис. 3.5) получаем тот же эффект. Основное отличие состоит в том, что в рамках модели с замыканием тока для большей части джета $z_{obs} \approx \min z_{obs}$, и рост z_{obs} при малых и больших значениях r достаточно быстрый, в то время как в рамках модели с линейными интегралами движения рост z_{obs} степенной. В этом позволяют убедиться графики log-log зависимостей (рис. 3.6, 3.7).

Здесь возникает важный вопрос, требующий дальнейшего исследования: это вопрос того, каким образом корректно моделировать наблюдение под углом $\varphi = 0$. А именно, описанная нами структура оптической толщины позволяет сделать вывод, что при рассмотрении джета как последовательности цилиндрических приближений имеют значение только наиболее приближённые к наблюдателю срезы. При этом, представляется

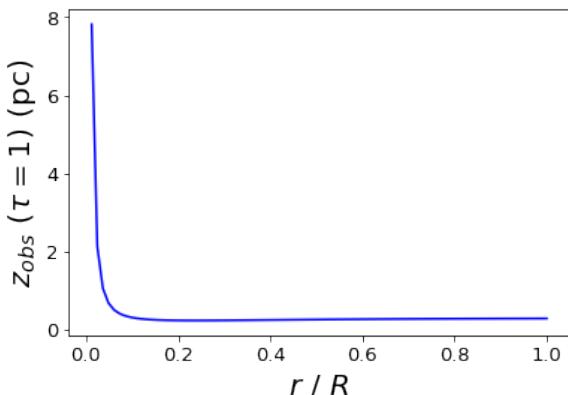


(a) Срез $\mathcal{M}_{in}^2 = 2$.

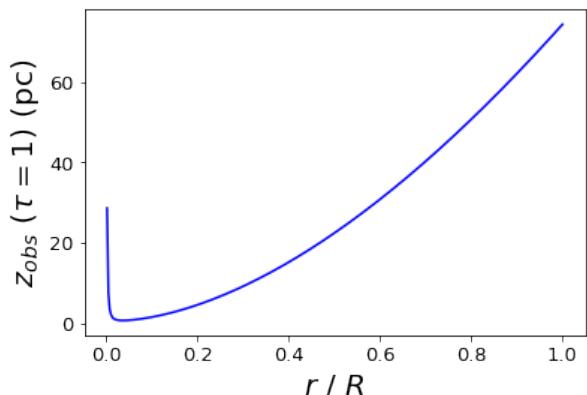


(b) Срещу $\mathcal{M}_{in}^2 = 6$.

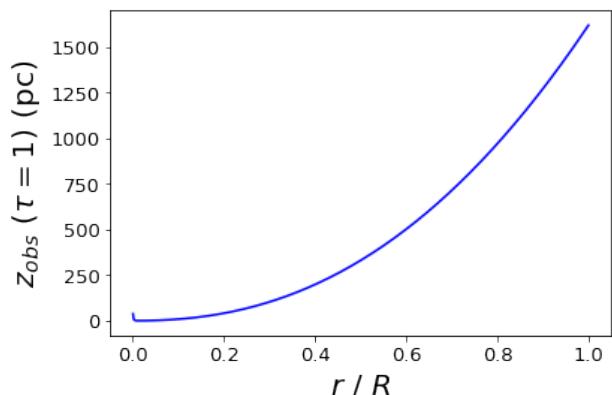
Рис. 3.4: Зависимость $z_{obs}(r)$ на частоте $\nu_{obs} = 10^9$ Гц в случае $\varphi = 0$ для модели с замыканием тока.



(a) Срез $\mathcal{M}_{in}^2 = 2$.



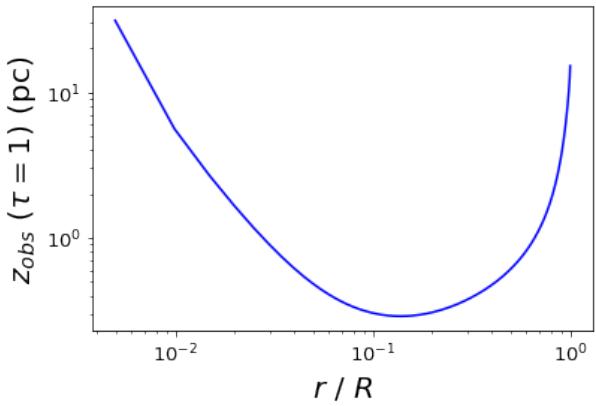
(b) Cpez $\mathcal{M}_{in}^2 = 6$.



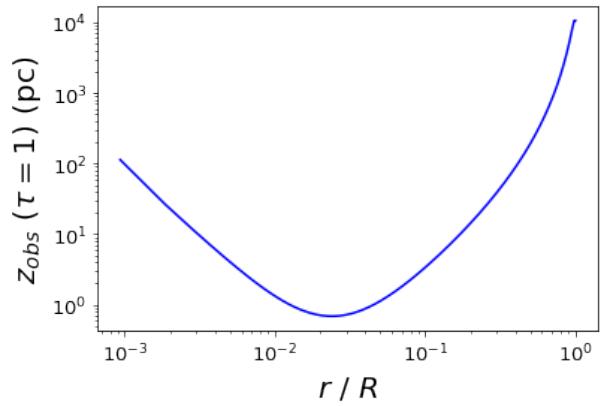
(c) Срез $\mathcal{M}_{in}^2 = 8$.

Рис. 3.5: Зависимость $z_{obs}(r)$ на частоте $\nu_{obs} = 10^9$ Гц в случае $\varphi = 0$ для модели с линейными интегралами движения.

затруднительной оценка того, какое значение M_{in}^2 необходимо выбрать для ближайшего к наблюдателю среза. С другой стороны, по структуре излучения можно сделать предположения, срезы с насколько малыми значениями M_{in}^2 должны быть наблюдаемы: как мы увидим в дальнейшем, рассматриваемые нами плотности могут существенным образом менять вид в зависимости от среза.

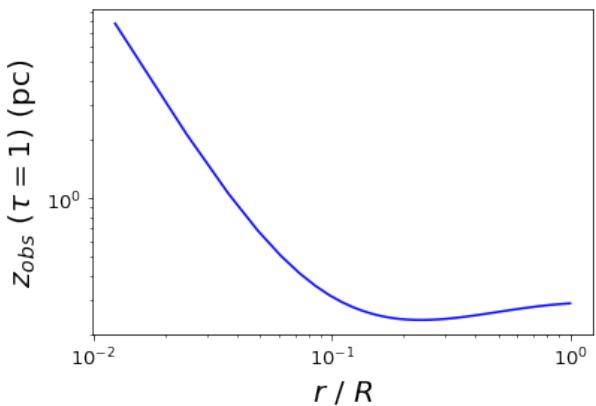


(a) Срез $\mathcal{M}_{in}^2 = 2$.

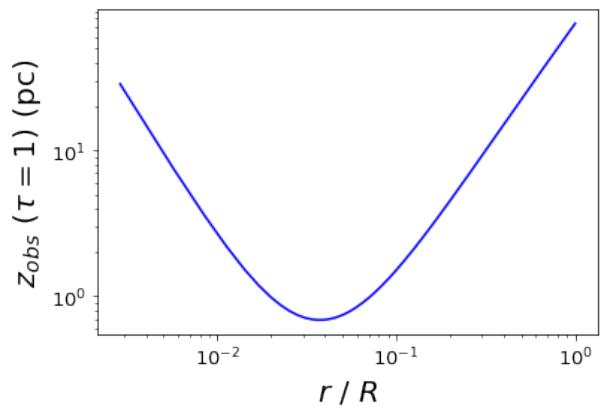


(b) Срещу $\mathcal{M}_{in}^2 = 6$.

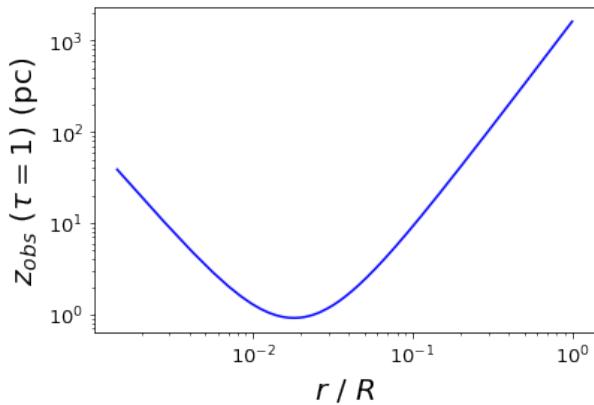
Рис. 3.6: log-log зависимость $z_{obs}(r)$ на частоте $\nu_{obs} = 10^9$ Гц для модели с замыканием тока.



(a) Срeз $\mathcal{M}_{in}^2 = 2$.



(b) Спеш $\mathcal{M}_{in}^2 = 6$.



(c) Срез $\mathcal{M}_{in}^2 = 8$.

Рис. 3.7: log-log зависимость $z_{obs}(r)$ на частоте $\nu_{obs} = 10^9$ Гц в случае $\varphi = 0$ для модели с линейными интегралами движения.

Итак, построим графики (3.9) при различных частотах в оптически толстой и тонкой средах. Будем пользоваться следующими значениями параметра длины: $L_{obs} = 10^6$ парсек для имитации оптически толстого случая и $L_{obs} = 10^{-2}$ парсек для имитации оптически тонкого случая. Чтобы пояснить этот выбор, мы приведём некоторые численные значения, иллюстрирующие поведение оптической толщины (см. таблицу 3.1).

Таблица 3.1: Некоторые характеристики оптической толщины в случае $\varphi = 0$ на частоте $\nu_{obs} = 10^9$ Гц.

Модель	\mathcal{M}_{in}^2	R , pc	Медиана z_{obs} , pc
1	2	0.27	0.68
	6	1.42	189.15
2	2	0.22	0.27
	6	0.93	22.70
	8	1.89	331.34

Здесь мы отметим одну деталь, упомянутую нами при описании рассматриваемых моделей ранее. А именно, 10^9 Гц — характерная частота, для которой при реалистичном для моделирования выборе L_{obs} срез $\mathcal{M}_{in}^2 = 2$ оказывается оптически толстым, а $\mathcal{M}_{in}^2 = 6$ — оптически прозрачным.

Теперь рассмотрим подробно каждый из случаев.

Оптически толстая среда

В оптически толстой среде для модели с замыканием тока (рис. 3.8) мы видим зависимость с одним максимумом, смещённым в краевую область. Для модели с линейными интегралами движения мы имеем рост интенсивности излучения к краям среза (рис. 3.9). Для наглядности зависимости для модели с линейными интегралами движения мы изобразили для того же набора частот, что и для модели с замыканием тока.

Прокомментируем полученные зависимости. В оптически толстой среде выражение (3.9) можно приближённо записать как

$$\begin{aligned}
 s_{\nu_{obs}, obs}(r) &\approx \frac{\nu_{obs}}{\text{Hz}} \cdot 2\pi\delta^2(r)r \frac{\rho_{\nu_p, p}(r)}{\alpha e_{\nu_p, p}(r)} = \\
 &= \frac{\nu_{obs}}{\text{Hz}} \cdot 2\pi\delta^2(r)r \frac{4\pi \sqrt{\frac{3}{2}}a(p)\alpha n_{0,p} \left(\frac{\delta(r)}{\gamma}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{\nu_{B_{obs}}}{\nu_{obs}}\right)^{\frac{3}{2}}}{c(p)r_0^2 n_{0,p} \delta^3(r) \frac{1}{\gamma^2} \frac{\nu_0}{\nu_{obs}} \left(\frac{\nu_{B_{obs}}}{\nu_{obs}}\right)^2} = \\
 &= \frac{\nu_{obs}}{\text{Hz}} \cdot \frac{8\pi^2 \sqrt{\frac{3}{2}}a(p)\alpha}{c(p)r_0^2} \cdot r \cdot (\gamma\delta)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{\nu_{obs}}{\nu_{B_{obs}}}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{\nu_{obs}}{\nu_0} \propto \\
 &\propto \text{pc}^{-1} \cdot \frac{r}{\text{pc}} \cdot \left(\frac{1}{1-\beta}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{\nu_{obs}}{\text{Hz}}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \left(\frac{B_{obs}}{\text{G}}\right)^{-\frac{1}{2}}.
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

Отметим следующее.

Во-первых, мы получаем ожидаемую степень $\frac{5}{2}$ для зависимости от частоты наблюдения. Во-вторых, при фиксированной частоте $s_{\nu_{obs}, obs} \propto \gamma \cdot r \cdot B_\varphi^{-\frac{1}{2}}$. Для модели с замыканием тока мы видим из этой зависимости, что убывание к краю согласовано с убыванием Лоренц-фактора, несмотря на убывание магнитного поля (рис. 2.1). Понятно, что характер зависимости в данном случае определяется соотношением скоростей убывания этих физических параметров. С другой стороны, в модели с линейными интегралами движения наблюдается иное поведение физических параметров — рост Лоренц-фактора и более медленное убывание магнитного поля (для малых значений \mathcal{M}_{in}^2 мы даже имеем рост магнитного поля) (рис. 2.2). Поэтому здесь отсутствует экстремум.

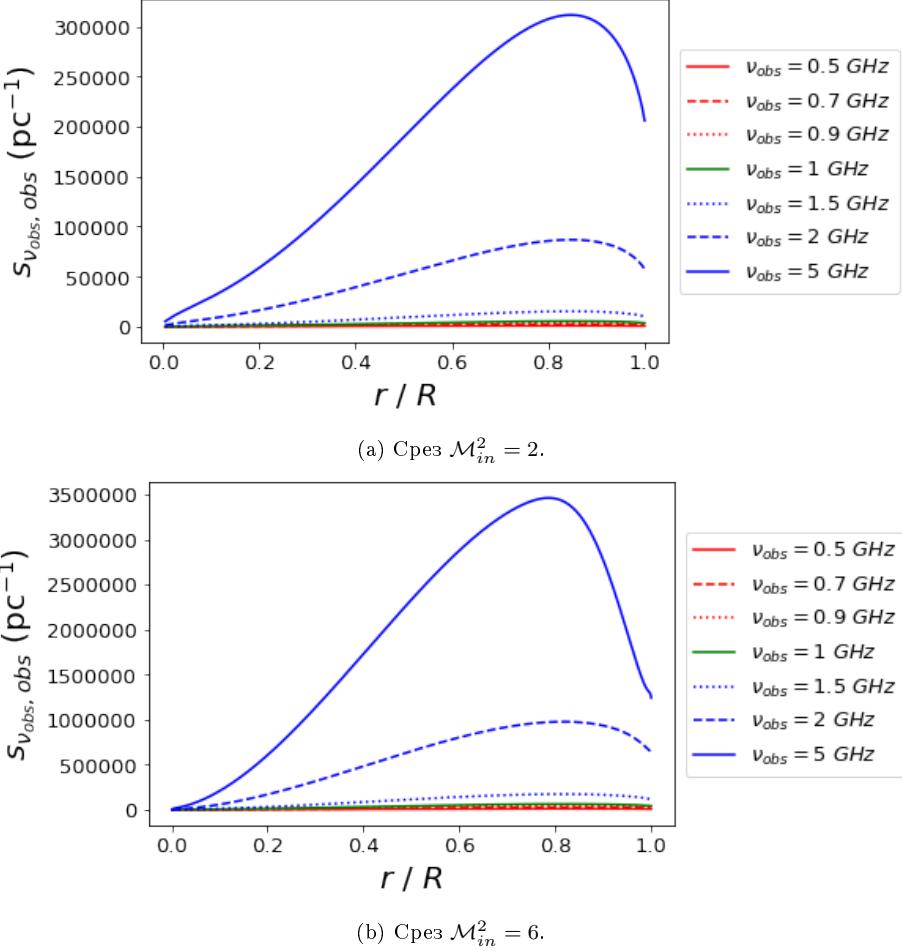


Рис. 3.8: Зависимость $s_{\nu_{obs}, obs}(r)$ в случае $\varphi = 0$ для модели с замыканием тока в оптически толстой среде.

Подробнее, в рамках рассматриваемых моделей необходимо [15]:

$$\frac{B_\varphi}{B_P} \propto r, \quad (3.13)$$

$$B_P \propto r^{-\alpha}, \quad (3.14)$$

где $\alpha > 0$ [17].

Тогда для модели с линейными интегралами движения, учитывая $\gamma \propto r$, имеем

$$s_{\nu_{obs}, obs} \propto r^{\frac{3+\alpha}{2}}, \quad (3.15)$$

то есть рост к краю, а для первой, учитывая $\gamma \propto C - r$ вблизи границы, где C — некоторая константа, имеем

$$s_{\nu_{obs}, obs} \propto Cr^{\frac{1+\alpha}{2}} - r^{\frac{3+\alpha}{2}}. \quad (3.16)$$

Эта формула даёт убывание к краю и наличие экстремума, так как, очевидно, существует отличная от нуля точка, причём единственная, определяемая α и C , в которой производная полученного выражения обращается в нуль, а характер монотонности функции свидетельствует, что это именно максимум: помимо убывания к краю, оценки (3.15) и (3.16) дают наблюдаемое на графиках зависимостей убывание к центру.

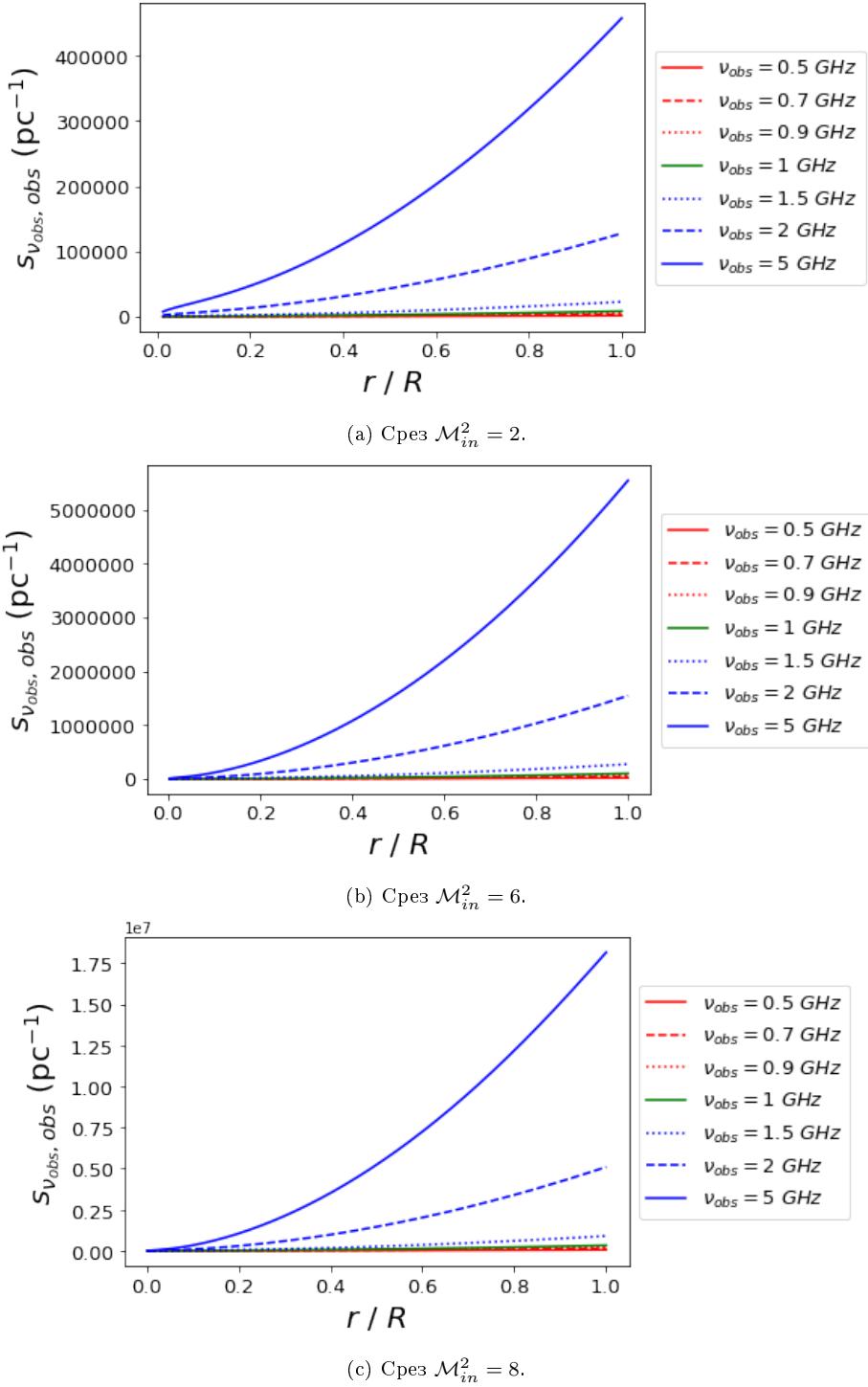


Рис. 3.9: Зависимость $s_{\nu_{obs}, obs}(r)$ в случае $\varphi = 0$ для модели с линейными интегралами движения в оптически толстой среде.

Оптически прозрачная среда

Для модели с замыканием тока в случае оптически тонкой среды мы видим (рис. 3.10), что для более дальнего среза максимум интенсивности значительно смещён в центральную область. Для модели с линейными интегралами движения же (рис. 3.11) с изменением среза меняется характер зависимости: в случае малого значения \mathcal{M}_{in}^2 мы видим

структурой излучения, аналогичную оптически толстому случаю, но, что является необходимым условием для оптической прозрачности, с обратной зависимостью от частоты. В случае же большого значения \mathcal{M}_{in}^2 мы получаем такой же результат, как и для модели с замыканием тока в прозрачном случае.

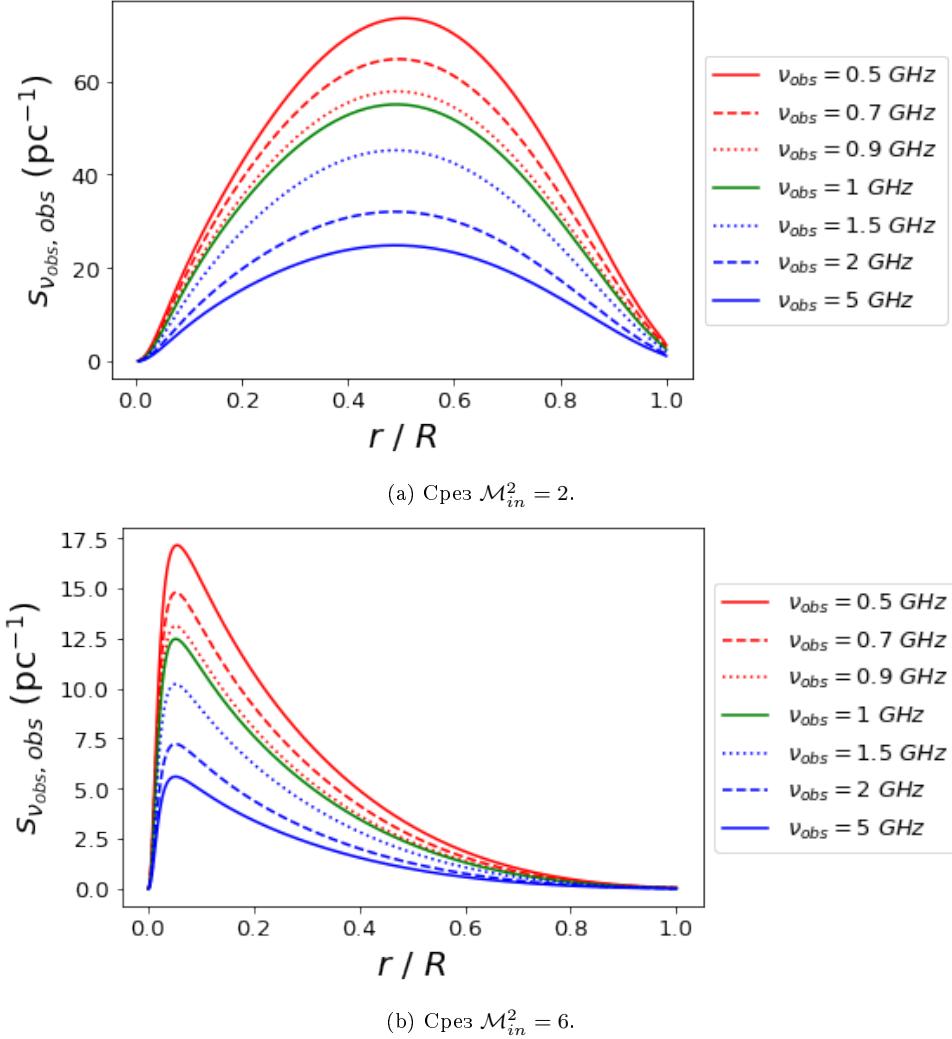


Рис. 3.10: Зависимость $s_{\nu_{obs}, obs}(r)$ в случае $\varphi = 0$ для модели с замыканием тока в оптически тонкой среде.

Оценим (3.9) как

$$\begin{aligned}
 s_{\nu_{obs}, obs}(r) &\approx \frac{\nu_{obs}}{\text{Hz}} \cdot 2\pi\delta^2(r)r\rho_{\nu_p,p}(r) \cdot \frac{\alpha e_{\nu_p,p}(r)L_{obs}}{\delta(r)} = \frac{\nu_{obs}}{\text{Hz}} \cdot 2\pi\delta^2(r)r\rho_{\nu_p,p}(r) \frac{L_{obs}}{\delta(r)} = \\
 &= \frac{\nu_{obs}}{\text{Hz}} \cdot 2\pi\delta^2(r) \cdot 4\pi \sqrt{\frac{3}{2}} a(p)\alpha \cdot r \cdot n_{0,p} \cdot \left(\frac{\delta(r)}{\gamma}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{\nu_{B_{obs}}}{\nu_{obs}}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{L_{obs}}{\delta(r)} \propto \\
 &\propto \frac{1}{\text{pc}} \cdot \left(\frac{1}{\gamma(1-\beta)}\right)^{\frac{5}{2}} \cdot \frac{1}{\gamma^{\frac{3}{2}}} \cdot \frac{r}{\text{pc}} \cdot \frac{n_{0,p}}{\text{pc}^{-3}} \cdot \left(\frac{B_{obs}}{\text{G}}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \left(\frac{\nu_{obs}}{\text{Hz}}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{L_{obs}}{\text{pc}}.
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

Здесь мы воспользовались формулой Тейлора.

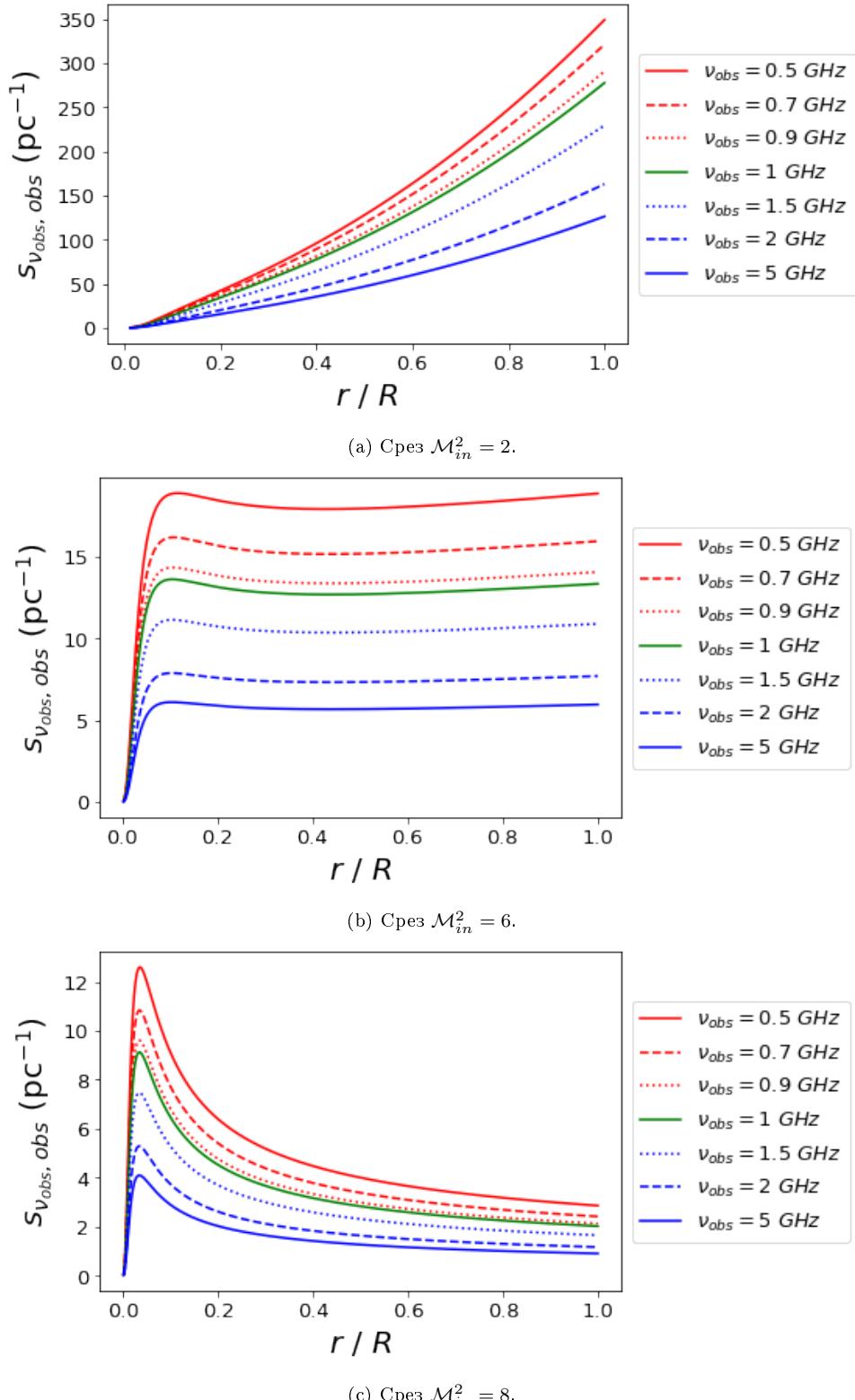


Рис. 3.11: Зависимость $s_{\nu_{obs}, obs}(r)$ в случае $\varphi = 0$ для модели с линейными интегралами движения в оптически тонкой среде.

Отметим следующее. Во-первых, мы получили ожидаемый показатель $-\frac{1}{2}$ для зависимости от частоты наблюдения. Во-вторых, при фиксированной частоте $s_{\nu_{obs}, obs} \propto$

$\gamma \cdot r \cdot n_{0,p} \cdot B_\varphi^{\frac{3}{2}}$. Для модели с замыканием тока убывание Лоренц-фактора и магнитного поля дают экстремум, причём более значительное убывание магнитного поля на более дальних срезах приводит к смещению экстремума в центральную область. Здесь рост концентрации не даёт существенного вклада. Для модели с линейными интегралами движения видим, что определяющим является поведение магнитного поля.

Именно, подобно (3.15) и (3.16) выпишем для модели с линейными интегралами движения

$$S_{\nu_{obs},obs} \propto r^{\frac{5-3\alpha}{2}} \cdot n_{0,p} \quad (3.18)$$

и для модели с замыканием тока

$$S_{\nu_{obs},obs} \propto (Cr^{\frac{3-3\alpha}{2}} - r^{\frac{5-3\alpha}{2}}) \cdot n_{0,p}. \quad (3.19)$$

Теперь, в отличие от случая оптически толстой среды, необходимо знать значение α , а не только знак этого параметра, чтобы сделать вывод о характере зависимости. Мы видим, что для обеих моделей с увеличением \mathcal{M}_{in}^2 растёт значение α , и это согласуется с результатом.

Между тем, отметим, что для модели с линейными интегралами движения показатель α оказывается меньше, чем $\frac{5}{3}$, поэтому для неё важен вклад убывающей к краю концентрации. Можно убедиться, что она убывает степенным образом.

Кроме того, подчеркнём, что сам вид зависимости для модели с замыканием тока вновь подразумевает наличие максимума, причём единственного.

Обсуждение

Основным результатом построения карт интенсивности для двух различных моделей джетов для угла наблюдения $\varphi = 0$ является проверка правильности численного счета. Дело в том, что, как мы увидим ниже, любой ненулевой угол для цилиндрической модели соответствует модификации случая $\varphi = \frac{\pi}{2}$. Тем не менее, наши карты интенсивности показывают, что использованный численный метод хорошо соответствует поставленной задаче: повторим следующие моменты.

Во-первых, рис. 3.3 показывает, что зависимость спектральной интенсивности от частоты наблюдения соответствует аналитическим асимптотикам для синхротронного источника с самопоглощением: в оптически толстой области $S_{\nu_{obs},obs} \propto \nu^{\frac{5}{2}}$, а в оптически тонкой области — $S_{\nu_{obs},obs} \propto \nu^{-\frac{p-1}{2}}$.

Во-вторых, поведение интенсивности поперёк выброса полностью объясняется поведением физических параметров, определяющих излучение и поглощение: профили магнитного поля и концентрации плазмы предсказывают полученное распределение интенсивности.

Таким образом, использованный нами численный метод корректно работает для поставленной задачи вычисления спектральной интенсивности и спектрального потока от неоднородного цилиндрического релятивистского струйного выброса.

Кроме того, мы можем выделить основные особенности карт спектральной интенсивности для представленных моделей поперечной структуры джета. В оптически толстой области обе рассмотренные модели предсказывают уярчение к краю, наблюдаемое в выбросах из активных ядер галактик на малых углах наблюдения. В модели с линейными интегралами движения это уярчение более резкое, чем в модели с замыканием тока, хотя качественно они дают одну и ту же картину распределения интенсивности.

В то же время в оптически прозрачном случае обе модели дают различное поведение интенсивности. Модель с замыканием тока предсказывает пик интенсивности на расстояниях в диапазоне примерно $(0.2R, 0.5R)$ от оси джета. В наблюдениях стандартен подход, при котором распределение физических параметров аппроксимируется гауссианой. При этом рассматриваются только данные, соответствующие аргументам, меньшим, чем доставляющий значение интенсивности, равное половине от максимального. Таким образом, в случае справедливости модели джет выглядит в 2-3 раза более узким, чем является на самом деле. В модели с линейными интегралами движения этот эффект становится значимым только для очень далёких частей выброса, а для более близких «подсвеченных» остаётся весь срез джета. Однако же, мы не ожидаем, что этот эффект повлияет на видимое сужение выброса по сравнению с истинными размерами джета, так как для любого ненулевого угла структура интенсивности окажется качественно близка к картам интенсивности для $\varphi = \frac{\pi}{2}$.

На рис. 3.12 мы проиллюстрировали расположение максимумов и полумаксимумов для большого диапазона срезов. Дополнительно учитывая характерный вид профиля оптической толщины (рис. 3.4), мы видим, что наблюдения в оптически прозрачной среде под малым углом, упрочённые к центру, согласуются с рассматриваемой моделью (для сравнения см., например, изображение M 87, приведённое в [11]).

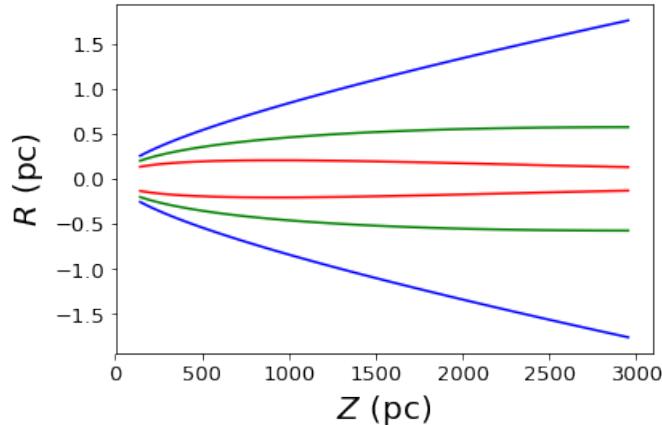


Рис. 3.12: Зависимость аргмаксимума (красный цвет) и аргполумаксимума спектральной интенсивности (зелёный цвет) от расстояния от ядра для модели с замыканием тока. Синим цветом изображена истинная форма выброса.

3.1.2 Случай $\varphi = \frac{\pi}{2}$

Первичный выбор системы координат

Введём такую систему координат, чтобы её начало совпадало с центром одного из оснований рассматриваемого цилиндра, ось y была направлена вдоль оси цилиндра, ось z совпадала с направлением наблюдения, а ось x — таким образом, чтобы система (x, y, z) была правой системой координат (рис. 3.13).

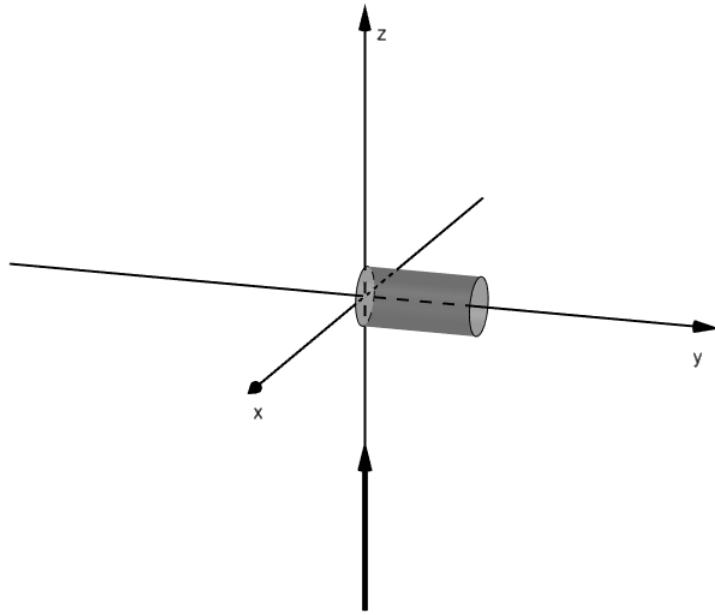


Рис. 3.13: Выбор системы координат в случае $\varphi = \frac{\pi}{2}$.

Тогда оптическая толщина записывается как

$$\int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^z \alpha_{\nu_{obs}, obs}(x, y, s) ds = \int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^z \frac{\alpha_{\nu_p, p}(\sqrt{x^2+s^2})}{\delta(\sqrt{x^2+s^2})} ds, \quad (3.20)$$

и, с учётом предположения о зависимости коэффициентов поглощения и излучения только от радиуса, (1.29) принимает вид

$$S_{\nu_{obs}, obs} = \frac{\hbar\nu_{obs}}{2d^2} \cdot L_{obs} \int_{-R}^R dx \int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} dz \delta(\sqrt{x^2+z^2}) \cdot \rho_{\nu_p, p}(\sqrt{x^2+z^2}) \times \\ \times \exp \left(- \int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^z \frac{\alpha_{\nu_p, p}(\sqrt{x^2+s^2})}{\delta(\sqrt{x^2+s^2})} ds \right). \quad (3.21)$$

Обратим внимание, что если бы мы захотели первоначально записать оптическую толщину в терминах $\alpha_{\nu_p, p}$, то необходимо было бы учесть Лоренц-инвариантность $\nu \sin \varphi$: в системе отсчёта плазмы угол наблюдения стал бы отличен от $\frac{\pi}{2}$.

Представим $S_{\nu_{obs}, obs}$ в виде интеграла от подходящей плотности. Так как в картинной плоскости мы имеем симметрию по координате x , то понятно, что удобно представить (3.21) в виде

$$S_{\nu_{obs}, obs} = \frac{\hbar \nu_{unit}}{2d^2} \cdot L_{obs} \int_{-R}^R s_{\nu_{obs}, obs}(x) dx, \quad (3.22)$$

где

$$\begin{aligned} s_{\nu_{obs}, obs} &= \frac{\nu_{obs}}{\text{Hz}} \int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} dz \delta(\sqrt{x^2+z^2}) \cdot \rho_{\nu_p, p}(\sqrt{x^2+z^2}) \times \\ &\times \exp \left(- \int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^z \frac{\alpha_{\nu_p, p}(\sqrt{x^2+s^2})}{\delta(\sqrt{x^2+s^2})} ds \right). \end{aligned} \quad (3.23)$$

Преимущества и недостатки различных параметризаций интеграла

Отметим следующую особенность численного нахождения значения (3.23). Даже при выборе достаточно мелкой сетки вычисление интеграла в декартовых координатах не даёт корректного результата на большом диапазоне частот, хотя, казалось бы, результат не должен зависеть от параметризации. Некорректность результата проявляется в том, что полученная зависимость оказывается не гладкой кривой, а сильно осциллирующей ломаной. Причиной такого эффекта является то, что на упомянутых частотах джет представляет собой существенно оптически толстую среду: так, нахождение оптической толщины интегрированием по малому отрезку сразу же даёт значение, много большее единицы. Это означает, что вклад в интеграл вносит лишь малая область джета. Поймём, как это влияет на появление осциллирующего характера результирующей плотности. Для этого рассмотрим, например, первое слагаемое при вычислении оптической толщины в декартовых координатах методом трапеций при различных значениях x . Для удобства приводим иллюстрацию 3.14. Слагаемое имеет вид

$$A := \left(\alpha_{\nu_p, p}(R) + \alpha_{\nu_p, p} \left(\sqrt{x^2 + (\sqrt{R^2 - x^2} + h)^2} \right) \right) \cdot \frac{h}{2}, \quad (3.24)$$

где h — шаг сетки. Отсюда видно, что слагаемое при фиксированных значениях R и h зависит только от x , причём незначительное относительное изменение A влечёт изменение e^{-A} и, соответственно, $s_{\nu_{obs}, obs}$ в разы. Так как добавочное слагаемое зависит от x нелинейно, то даже для близких значений x результаты могут отличаться на порядки (см. рис. 3.14 как пояснение). Здесь существенны дискретный характер численного интегрирования и то, что среда является оптически толстой: характерное изменение $\alpha_{\nu_{obs}, obs}$ в такой среде на масштабах шага сетки оказывается велико даже при выборе достаточно малого шага. В оптически прозрачной среде такого эффекта не наблюдается и выбор системы координат действительно может быть произволен.

Рассмотренная нами особенность демонстрирует необходимость перейти от переменного z к переменному $r = \sqrt{x^2 + z^2}$ для вычисления (3.23). Проведём соответствующие преобразования. Перепишем оптическую толщину как

$$\int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^z \frac{\alpha_{\nu_p, p}(\sqrt{x^2+s^2})}{\delta(\sqrt{x^2+s^2})} ds = \begin{cases} \left(\int_r^R + 2 \int_{|x|}^r \right) \frac{\xi \alpha_{\nu_p, p}(\xi)}{\delta(\xi) \sqrt{\xi^2 - x^2}} d\xi, & z > 0, \\ \int_r^R \frac{\xi \alpha_{\nu_p, p}(\xi)}{\delta(\xi) \sqrt{\xi^2 - x^2}} d\xi, & z < 0, \end{cases} \quad (3.25)$$

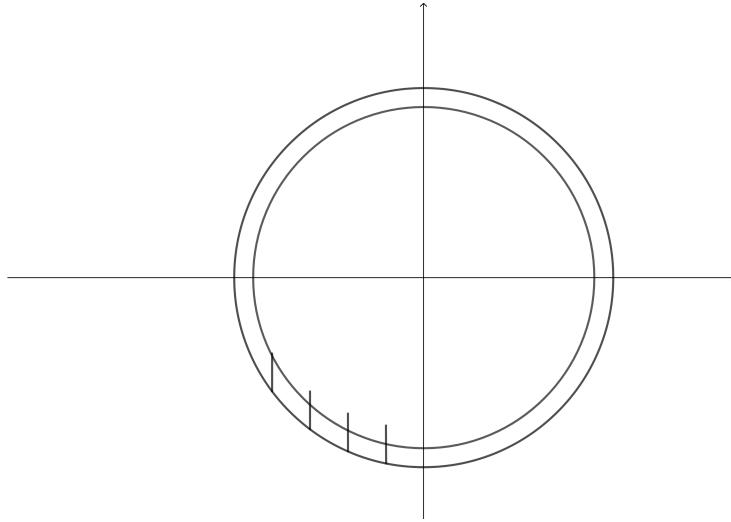


Рис. 3.14: Иллюстрация причин некорректного результата вычислений при выборе декартовой системы координат в оптически толстой среде: значения физических параметров выбираются с одинаковым шагом вдоль x , но поверхностями уровня физических параметров являются окружности.

где сделана замена переменного $\xi = \sqrt{x^2 + s^2}$, тогда

$$\begin{aligned}
s_{\nu_{obs}, obs}(x) &= \frac{\nu_{obs}}{\text{Hz}} \int_{|x|}^R \frac{r dr}{\sqrt{r^2 - x^2}} \cdot \delta(r) \cdot \rho_{\nu_p, p}(r) \times \\
&\times \left\{ \exp \left(- \left(\int_r^R + 2 \int_{|x|}^r \right) \frac{\xi \alpha_{\nu_p, p}(\xi)}{\delta(\xi) \sqrt{\xi^2 - x^2}} d\xi \right) + \right. \\
&+ \left. \exp \left(- \int_r^R \frac{\xi \alpha_{\nu_p, p}(\xi)}{\delta(\xi) \sqrt{\xi^2 - x^2}} d\xi \right) \right\} = \\
&= \frac{\nu_{obs}}{\text{Hz}} \cdot \exp \left(- \int_{|x|}^R \frac{\xi \alpha_{\nu_p, p}(\xi)}{\delta(\xi) \sqrt{\xi^2 - x^2}} d\xi \right) \times \\
&\times \int_{|x|}^R \frac{2r dr}{\sqrt{r^2 - x^2}} \cdot \delta(r) \cdot \rho_{\nu_p, p}(r) \operatorname{ch} \left(\int_{|x|}^r \frac{\xi \alpha_{\nu_p, p}(\xi)}{\delta(\xi) \sqrt{\xi^2 - x^2}} d\xi \right).
\end{aligned} \tag{3.26}$$

При построении графиков зависимостей (3.26) и (3.21) теперь необходимо учесть, что вследствие замены переменного нам приходится рассматривать интегралы с особенностью: это недостаток выбора криволинейной системы координат. Имея в виду определение несобственного интеграла Римана с особенностью на нижнем пределе как

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{c \rightarrow a+0} \int_c^b f(x) dx, \tag{3.27}$$

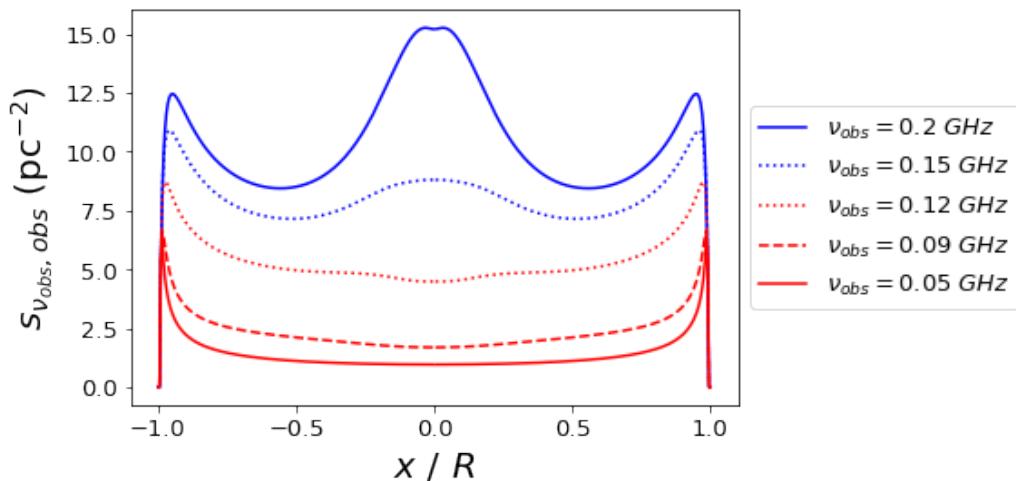
мы продолжим вычислять интеграл с помощью метода трапеций, но исключая из рассмотрения особенную точку. Корректность результата в данном случае обеспечивается выбором достаточно мелкой сетки.

Кроме того, обратим внимание на следующую вычислительную особенность: несмотря на компактность и удобство последнего выражения в (3.26), для получения численных результатов предпочтительно использовать первое выражение, так как в нём происходит сложение двух малых величин одного порядка — экспонент, а затем умножение,

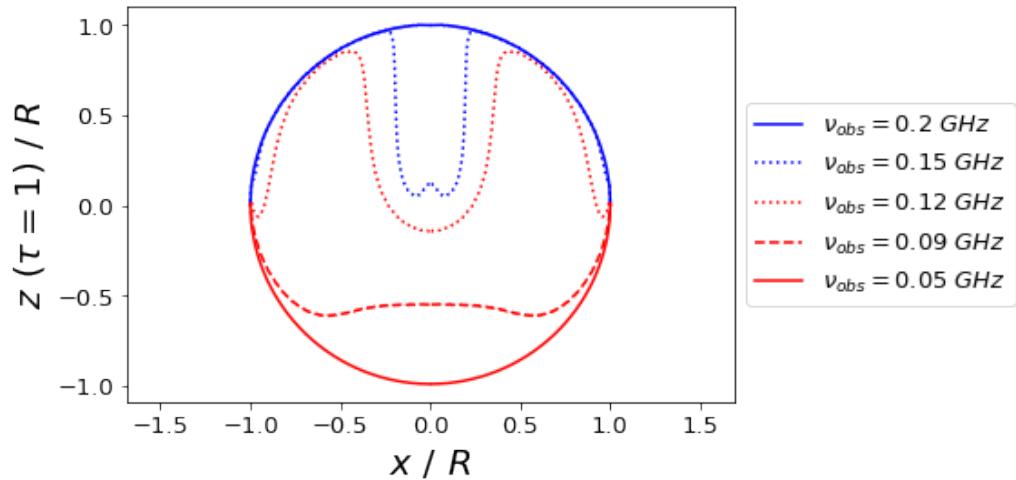
в то время как во втором выражении происходит умножение малой величины — экспоненты — на величину другого, большего порядка — интеграл от гиперболического косинуса, что в случае большой оптической толщины даёт значительную погрешность при незначительной ошибке в аргументах экспоненты и гиперболического косинуса.

Уярчение к краю и к центру

Рассмотрим несколько характерных результатов вычислений для различных частот. Одновременно рассмотрим вид поверхностей, на которых оптическая толщина равна единице. Частоты выбраны нами таким образом, чтобы продемонстрировать различие результатов для оптически толстой и тонкой сред, а также в промежуточном случае.



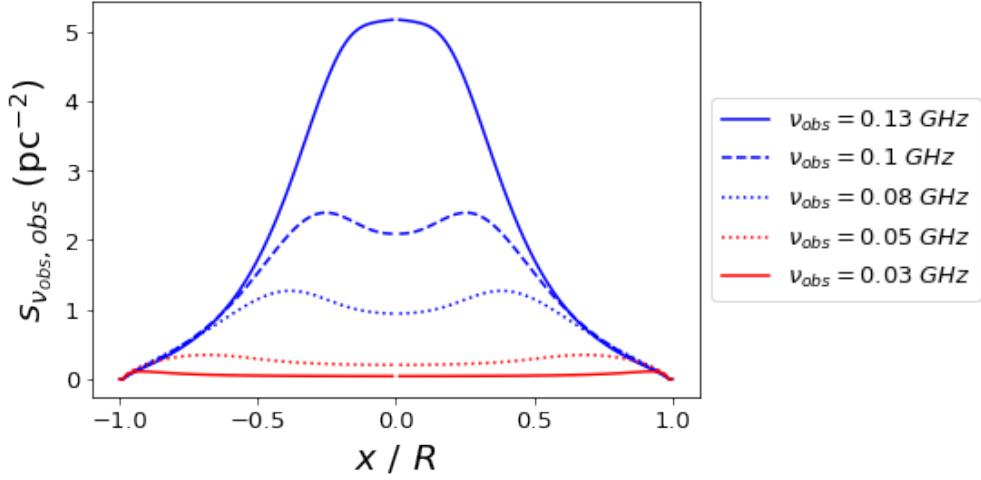
(a) Зависимость $s_{\nu_{obs}, \text{obs}}(x)$.



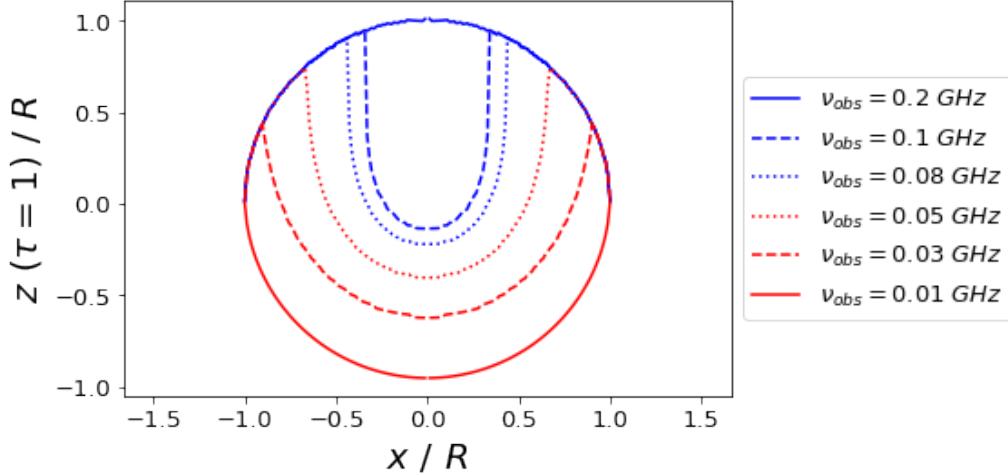
(б) Положение поверхности $z(x)$, определяемой $\tau = 1$.

Рис. 3.15: Сопоставление характера зависимостей $s_{\nu_{obs}, \text{obs}}(x)$ и вида поверхностей единичной оптической толщины для модели с замыканием тока на примере среза $\mathcal{M}_{in}^2 = 2$.

Для модели с замыканием тока (рис. 3.15) отметим, что явление уярчения к краю имеется на всех частотах, но для малых частот — то есть в оптически толстой среде — отсутствует уярчение центра. Для модели же с линейными интегралами движения



(a) Зависимость $s_{\nu_{obs}, obs}(x)$.



(b) Положение поверхности $z(x)$, определяемой $\tau = 1$.

Рис. 3.16: Сопоставление характера зависимостей $s_{\nu_{obs}, obs}(x)$ и вида поверхностей единичной оптической толщины для модели с линейными интегралами движения на примере среза $\mathcal{M}_{in}^2 = 2$.

(рис. 3.16) в оптически прозрачной среде уярчён лишь центр, а в оптически толстой, как и в случае модели с замыканием тока, имеется уярчение к краю.

Прокомментируем эффект, связанный с наличием или отсутствием максимума при $x = 0$. В центральной области джета ($r \ll R$) для обеих моделей велико значение концентрации $n_{0,p}$, также велико значение полоидального поля B_P , а тороидальное поле B_φ растёт (см. рис. 2.1, 2.2). Учитывая вид зависимости $\rho_{\nu_p, p}$ (1.31), получаем большую интенсивность излучения в этой области. Её называют *central core*. Соответственно этому, мы видим, что характер экстремума в точке $x = 0$ для обеих моделей меняется при переходе кривой единичной оптической толщины через точку $r = 0$: если *central core* находится в оптически прозрачной области, имеет место максимум, иначе имеет место минимум.

Эффект уярчения к краю сперва обсудим для модели с линейными интегралами движения. Мы видим, что пока поверхность единичной оптической толщины расположена ниже точки $r = 0$, краевые максимумы соотносятся с точками пересечения этой

поверхности с границей джета. Это можно пояснить следующим образом: до момента пересечения с точками границы при различных значениях x происходит интегрирование функции с одинаковыми значениями, но по множествам различной меры, и интеграл монотонно растёт как функция x . Начиная с момента пересечения, дальнейший рост предотвращает большое значение оптической толщины — аргумента экспоненциального множителя.

Для модели с замыканием тока этот аргумент уже не является определяющим: как мы видим, упрочнение к краю имеет место и для полностью прозрачного джета. Но здесь решающую роль играют рост концентрации и убывание Лоренц-фактора к границе джета, имеющие место в рамках данной модели. При этом эффект, связанный с оптической толщиной, также присутствует: это объясняет более резкую выраженнуюность максимума в оптически более толстой среде. Отметим, что нами была проведена вычислительная проверка, где мы рассмотрели данные модели с замыканием тока, изменения рост одного из указанных параметров в граничной области. В этих вычислениях в полностью прозрачном джете отсутствует упрочнение к краю. При этом в непрозрачной среде оно всё ещё имеется.

Анализ поведения x -плотности потока излучения как функции частоты наблюдения

Ключевой момент, на который мы хотим обратить внимание в полученных зависимостях, — нарушение ожидаемой зависимости от частоты наблюдения. Для того, чтобы продемонстрировать это, упростим выражение (3.26) для случаев оптически толстой и тонкой сред. Сначала введём обозначения

$$f(\xi, x) = \frac{\xi \alpha_{\nu_p, p}(\xi)}{\delta(\xi) \sqrt{\xi^2 - x^2}}, \quad (3.28)$$

$$g(\xi, x) = \frac{\xi \rho_{\nu_p, p}(\xi) \delta(\xi)}{\sqrt{\xi^2 - x^2}}, \quad (3.29)$$

$$s(\xi) = \frac{g(\xi, x)}{f(\xi, x)} = \frac{\rho_{\nu_p, p}(\xi, x) \delta^2(\xi)}{\alpha_{\nu_p, p}(\xi)}. \quad (3.30)$$

Тогда в общем случае (3.26) можно переписать как

$$\begin{aligned} s_{\nu_{obs}, obs} &= \frac{\nu_{obs}}{\text{Hz}} \int_{|x|}^R g(r, x) \left\{ \exp \left(- \left(\int_{|x|}^R + \int_{|x|}^r \right) f(\xi, x) d\xi \right) + \exp \left(- \int_r^R f(\xi, x) d\xi \right) \right\} dr = \\ &= \frac{\nu_{obs}}{\text{Hz}} \left[- \int_{r=|x|}^{r=R} s(r) \exp \left(- \int_{|x|}^R f(\xi, x) d\xi \right) d \exp \left(- \int_{|x|}^r f(\xi, x) d\xi \right) + \right. \\ &\quad \left. + \int_{r=|x|}^{r=R} s(r) d \exp \left(- \int_r^R f(\xi, x) d\xi \right) \right] = \\ &= \frac{\nu_{obs}}{\text{Hz}} \left[-s(R) \exp \left(-2 \int_{|x|}^R f(\xi, x) d\xi \right) + s(|x|) \exp \left(- \int_{|x|}^R f(\xi, x) d\xi \right) + \right. \\ &\quad \left. + \exp \left(- \int_{|x|}^R f(\xi, x) d\xi \right) \int_{|x|}^R \exp \left(- \int_{|x|}^r f(\xi, x) d\xi \right) \frac{ds(r)}{dr} dr + s(R) - \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - s(|x|) \exp \left(- \int_{|x|}^R f(\xi, x) d\xi \right) - \int_{|x|}^R \exp \left(- \int_r^R f(\xi, x) d\xi \right) \frac{ds(r)}{dr} dr \Big] = \\
& = \frac{\nu_{obs}}{\text{Hz}} \left[s(R) \left(1 - \exp \left(- 2 \int_{|x|}^R f(\xi, x) d\xi \right) \right) + \right. \\
& + \exp \left(- 2 \int_{|x|}^R f(\xi, x) d\xi \right) \int_{|x|}^R \exp \left(\int_r^R f(\xi, x) d\xi \right) \frac{ds(r)}{dr} dr - \\
& \left. - \int_{|x|}^R \exp \left(- \int_r^R f(\xi, x) d\xi \right) \frac{ds(r)}{dr} dr \right]. \tag{3.31}
\end{aligned}$$

В случае оптически толстой среды

$$2 \int_{|x|}^R f(\xi, x) d\xi \gg 1, \tag{3.32}$$

тогда оценим (3.31) следующим образом:

$$\begin{aligned}
s_{\nu_{obs}, obs} & \approx \frac{\nu_{obs}}{\text{Hz}} \left[s(R) - \int_{|x|}^R \exp \left(- \int_r^R f(\xi, x) d\xi \right) \frac{ds(r)}{dr} dr \right] = \\
& = \frac{\nu_{obs}}{\text{Hz}} \left[s(|x|) \exp \left(- \int_{|x|}^R f(\xi, x) d\xi \right) + \right. \\
& \left. + \int_{|x|}^R g(r, x) \exp \left(- \int_r^R f(\xi, x) d\xi \right) dr \right]. \tag{3.33}
\end{aligned}$$

Можно убедиться, что в оптически толстой среде (3.33) даёт действительно хорошую аппроксимацию $s_{\nu_{obs}, obs}$ (рис. 3.17).

В случае оптически прозрачной среды применим формулу Тейлора:

$$\begin{aligned}
s_{\nu_{obs}, obs} & \approx \frac{\nu_{obs}}{\text{Hz}} \left[s(R) \cdot 2 \int_{|x|}^R f(\xi, x) d\xi + \right. \\
& + \int_{|x|}^R \left(1 - 2 \int_{|x|}^R f(\xi, x) d\xi + \int_r^R f(\xi, x) d\xi - 1 + \int_r^R f(\xi, x) d\xi \right) \frac{ds(r)}{dr} dr \Big] = \\
& = \frac{\nu_{obs}}{\text{Hz}} \left[s(R) \cdot 2 \int_{|x|}^R f(\xi, x) d\xi - 2 \int_{|x|}^R \left(\int_{|x|}^r f(\xi, x) d\xi \right) \frac{ds(r)}{dr} dr \right] = \tag{3.34} \\
& = \frac{\nu_{obs}}{\text{Hz}} \left[s(R) \cdot 2 \int_{|x|}^R f(\xi, x) d\xi - 2 \int_{|x|}^R f(\xi, x) d\xi \cdot s(R) + 2 \int_{|x|}^R g(r, x) dr \right] = \\
& = \frac{\nu_{obs}}{\text{Hz}} \cdot 2 \int_{|x|}^R g(r, x) dr.
\end{aligned}$$

Убеждаемся, что (3.34) аппроксимирует $s_{\nu_{obs}, obs}$ в оптически тонкой среде (рис. 3.18).

Напомним, что сейчас мы рассматриваем зависимость от частоты наблюдения. Интерес вызывает то, что, в то время как (3.34) даёт искомое

$$s_{\nu_{obs}, obs} \propto \nu_{obs}^{-\frac{1}{2}}, \tag{3.35}$$

из (3.33) мы видим, что

$$s_{\nu_{obs}, obs} \propto \nu_{obs}^{\frac{5}{2}} e^{\nu_{obs}^{-3}} + \nu_{obs}^{-\frac{1}{2}} e^{\nu_{obs}^{-3}}. \tag{3.36}$$

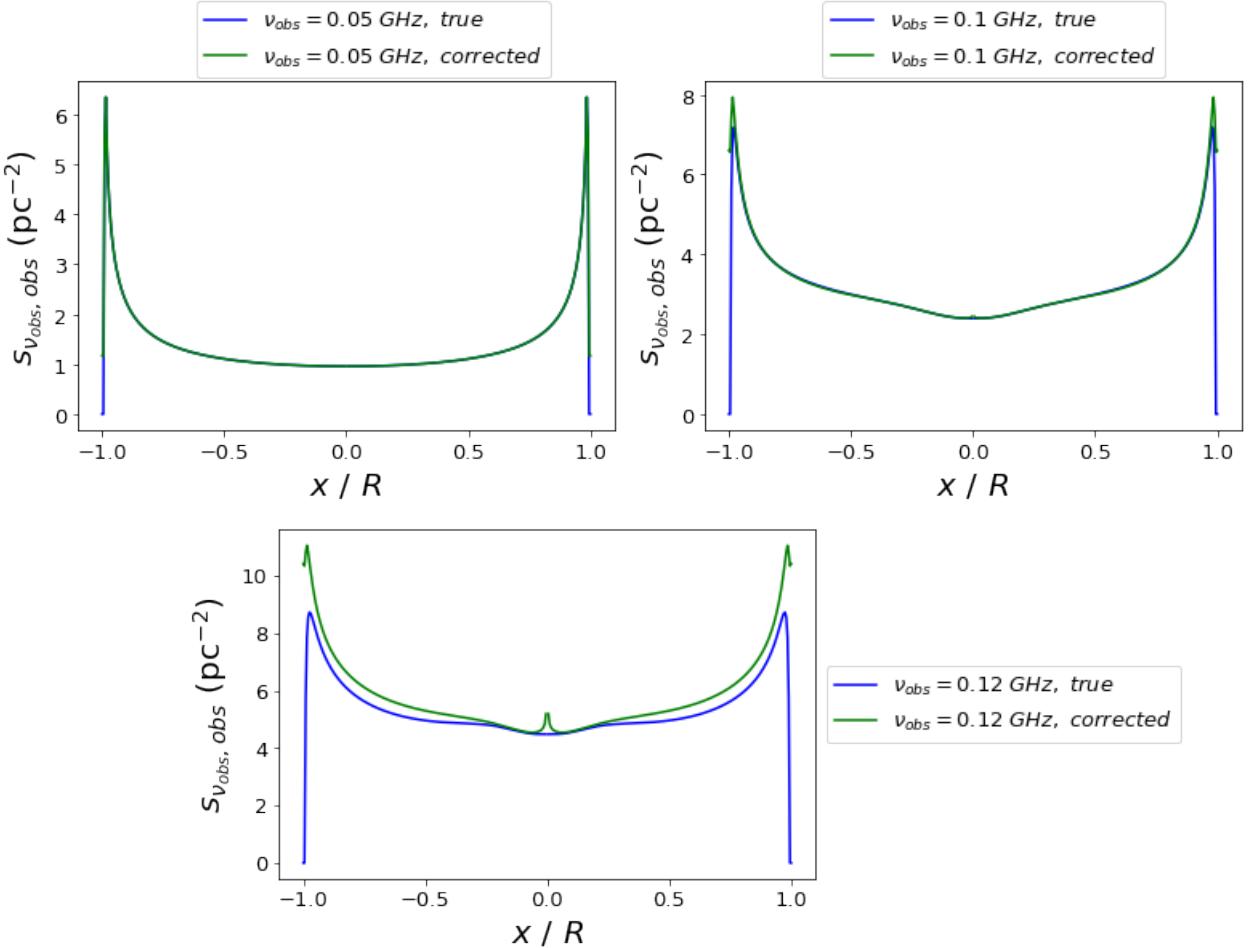


Рис. 3.17: Приближение $s_{\nu_{obs}, obs}(x)$ в оптически толстой среде на примере среза $\mathcal{M}_{in}^2 = 2$ для модели с замыканием тока.

Вопрос о причинах такой зависимости остается открытым для нас, на данный момент мы связываем это с неоднородностью моделей (так как в случае $\frac{ds}{dr} = 0$ получаем корректные степени) и планируем подробнее изучить этот вопрос в дальнейшем.

Краткое обсуждение

Случай $\varphi = \frac{\pi}{2}$ важен для нас тем, что выражения для угла, отличного от нулевого и $\frac{\pi}{2}$, будут получены модификацией этого случая — так устроена наша тестовая цилиндрическая модель.

При анализе карт мы увидели, поведение каких физических параметров в наших моделях оказалось принципиальным для получения эффекта уярчения к краю — ими оказались концентрация и Лоренц-фактор. Искусственно изменяя только их поведение, мы добились исчезновения исследуемого эффекта. Конечно, может возникнуть вопрос о том, что возможно получение любого результата в случае «ручного» выбора подходящих зависимостей физических параметров. Поэтому подчеркнём, что физические параметры, которыми мы пользуемся в данной работе, получены в рамках самосогласованных моделей как решения уравнений магнитогидродинамики с некоторыми интегралами движения.

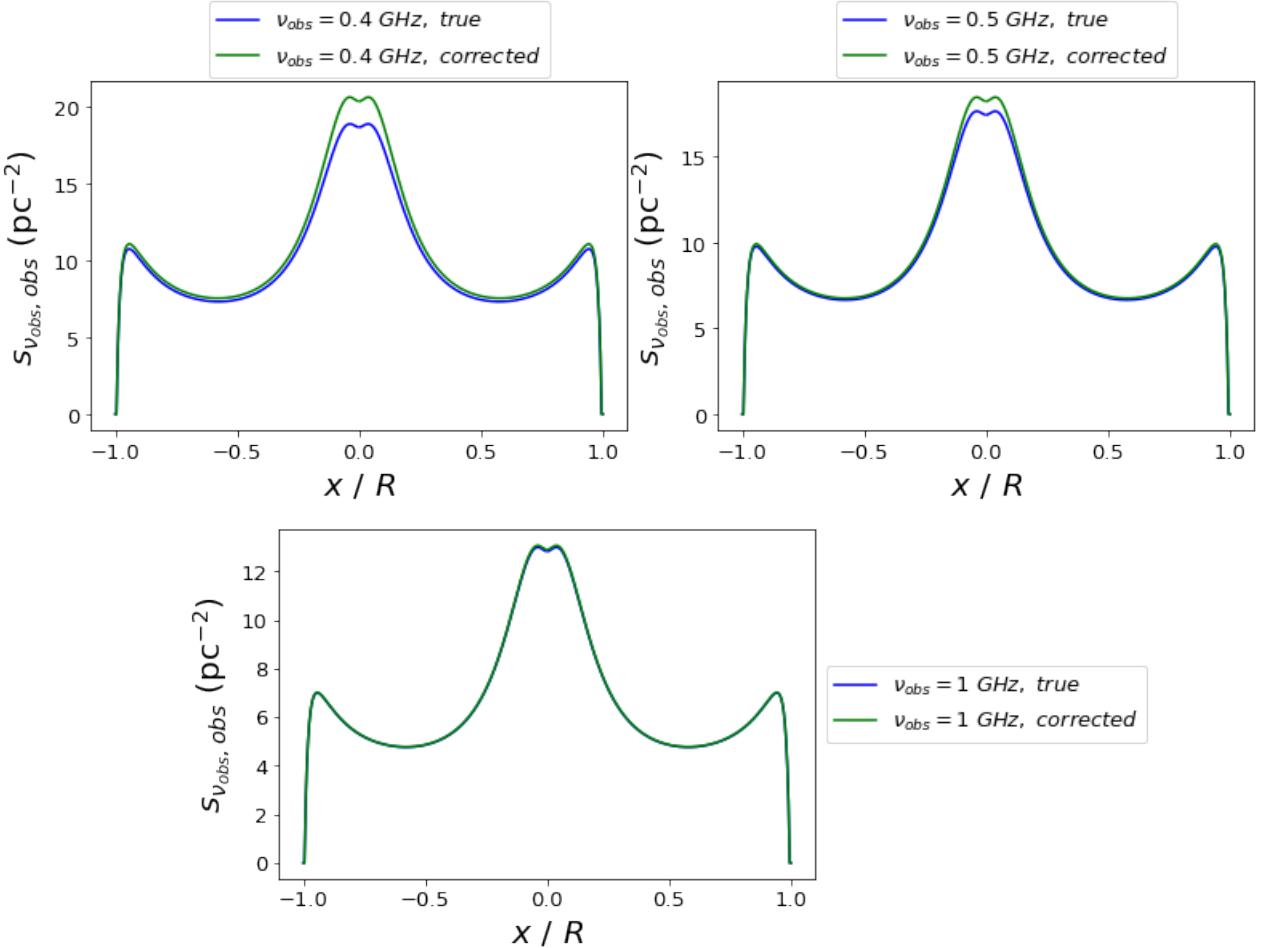


Рис. 3.18: Приближение $s_{\nu_{obs}, \text{obs}}(x)$ в оптически тонкой среде на примере среза $\mathcal{M}_{in}^2 = 2$ для модели с замыканием тока.

3.2 Наблюдение под произвольным углом

Вычисление стандартной x -плотности спектрального потока

Теперь рассмотрим произвольный угол в диапазоне $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$. Рисунок 3.19 иллюстрирует выбор системы координат в данном случае.

Для вычисления спектрального потока при фиксированной координате x необходимо провести интегрирование по прямоугольнику с размерами L_{obs} и $2\sqrt{R^2 - x^2}$, где направления, вдоль которых производится интегрирование, образуют угол φ с направлением оси y .

Обратим внимание, что при фиксированной координате x в данном прямоугольнике существуют два направления, между которыми для всех направлений значение интеграла неизменно. Это существенно упрощает вычислительную сложность задачи: значение интеграла для такого направления будет умножено на длину джета, далее мы произведём численное интегрирование вплоть до этого направления и вычтем полученное из результата. Покуда не осуществляется предельный переход $\varphi \rightarrow 0$, длину джета при заданном угле всегда можно выбрать таковой, чтобы реализовывался сценарий критического направления, проиллюстрированный на рисунке 3.20. При фиксированных

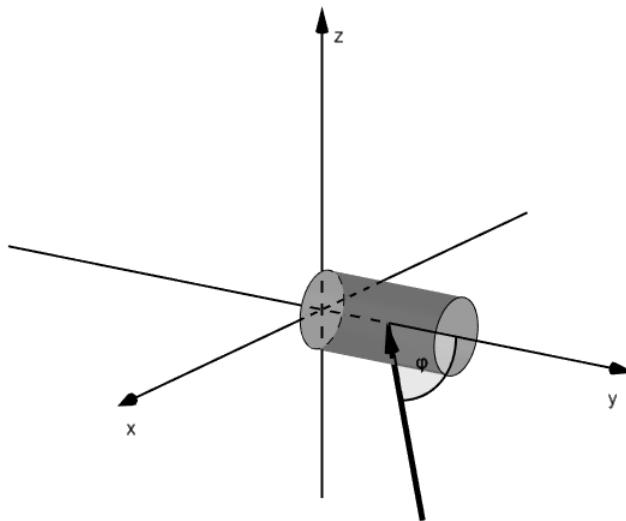


Рис. 3.19: Выбор системы координат в случае $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$. Здесь направление наблюдения лежит в плоскости $y - z$.

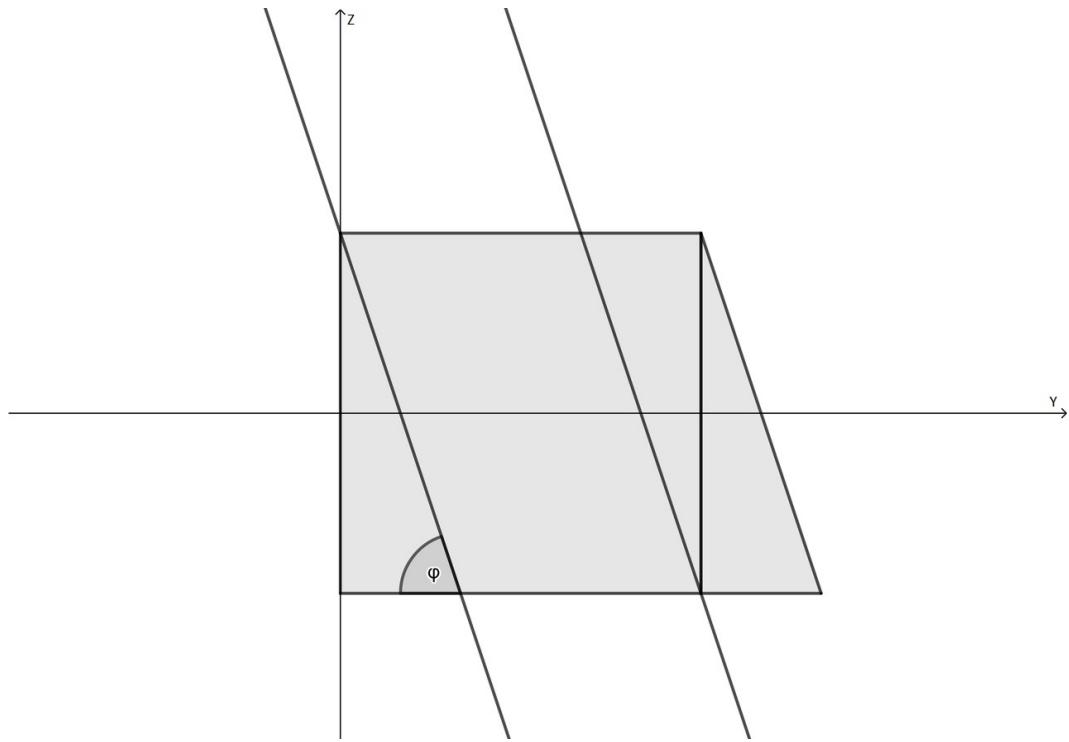


Рис. 3.20: Геометрия интегрирования в случае $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$.

координатах x и z такая длина определяется условием

$$\frac{\sqrt{R^2 - x^2} + z}{\sin \varphi} \leq \frac{L_{obs}}{\cos \varphi}, \quad (3.37)$$

значит, следует выбирать

$$L_{obs} \geq 2R \operatorname{ctg} \varphi. \quad (3.38)$$

Снова будем рассматривать плотность по x , естественную при произвольном угле наблюдения:

$$S_{\nu_{obs}, obs} = \frac{\hbar \nu_{obs}}{2d^2} \int_{-R}^R s_{\nu_{obs}, obs}(x) dx, \quad (3.39)$$

где

$$s_{\nu_{obs}, obs}(x) = \int_{-\sqrt{R^2 - x^2}}^{\sqrt{R^2 - x^2}} dz \left(\delta(\sqrt{x^2 + z^2}) \rho_{\nu_p, p}(\sqrt{x^2 + z^2}) \exp(-\tau(z)) \cdot L_{obs} - \right. \\ \left. - \int_{-\sqrt{R^2 - x^2}}^z \delta^2(\sqrt{x^2 + z^2}) \rho_{\nu_p, p}(\sqrt{x^2 + \xi^2}) \exp(-\tau(\xi)) d\xi \right). \quad (3.40)$$

Здесь

$$\tau(z) = \begin{cases} \left(\int_{\sqrt{x^2 + z^2}}^R + 2 \int_{|x|}^{\sqrt{x^2 + z^2}} \right) \frac{\xi \alpha_{\nu_p, p}(\xi)}{\sin \varphi \delta(\xi) \sqrt{\xi^2 - x^2}} d\xi, & z > 0, \\ \int_{\sqrt{x^2 + z^2}}^R \frac{\xi \alpha_{\nu_p, p}(\xi)}{\sin \varphi \delta(\xi) \sqrt{\xi^2 - x^2}} d\xi, & z < 0, \end{cases} \quad (3.41)$$

тогда перепишем как

$$s_{\nu_{obs}, obs}(x) = \int_0^{\sqrt{R^2 - x^2}} dz \left[\delta(\sqrt{x^2 + z^2}) \rho_{\nu_p, p}(\sqrt{x^2 + z^2}) \exp(-\tau(z)) \cdot L_{obs} - \right. \\ \left. - \int_{-\sqrt{R^2 - x^2}}^z \delta^2(\sqrt{x^2 + \eta^2}) \rho_{\nu_p, p}(\sqrt{x^2 + \eta^2}) \exp(-\tau(\eta)) d\eta \right] + \\ + \int_{-\sqrt{R^2 - x^2}}^0 dz \left[\delta(\sqrt{x^2 + z^2}) \rho_{\nu_p, p}(\sqrt{x^2 + z^2}) \exp(-\tau(z)) \cdot L_{obs} - \right. \\ \left. - \int_{-\sqrt{R^2 - x^2}}^z \delta^2(\sqrt{x^2 + \eta^2}) \rho_{\nu_p, p}(\sqrt{x^2 + \eta^2}) \exp(-\tau(\eta)) d\eta \right] = \\ = \int_{|x|}^R \frac{r dr}{\sqrt{r^2 - x^2}} \left[\delta(r) \rho_{\nu_p, p}(r) \cdot \left\{ \exp \left(- \left(\int_r^R + 2 \int_{|x|}^r \right) \frac{\xi \alpha_{\nu_p, p}(\xi)}{\sin \varphi \delta(\xi) \sqrt{\xi^2 - x^2}} d\xi \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \exp \left(- \int_r^R \frac{\xi \alpha_{\nu_p, p}(\xi)}{\sin \varphi \delta(\xi) \sqrt{\xi^2 - x^2}} d\xi \right) \right\} \cdot L_{obs} - \right. \\ \left. - \int_{|x|}^R \delta^2(r) \frac{\eta d\eta}{\sqrt{\eta^2 - x^2}} \rho_{\nu_p, p}(\eta) \exp \left(- \int_\eta^R \frac{\xi \alpha_{\nu_p, p}(\xi)}{\sin \varphi \delta(\xi) \sqrt{\xi^2 - x^2}} d\xi \right) - \right. \\ \left. - \int_{|x|}^r \delta^2(\eta) \frac{\eta d\eta}{\sqrt{\eta^2 - x^2}} \rho_{\nu_p, p}(\eta) \exp \left(- \left(\int_\eta^R + 2 \int_{|x|}^\eta \right) \frac{\xi \alpha_{\nu_p, p}(\xi)}{\sin \varphi \delta(\xi) \sqrt{\xi^2 - x^2}} d\xi \right) - \right]$$

$$\begin{aligned}
& - \int_r^R \delta^2(\eta) \frac{\eta d\eta}{\sqrt{\eta^2 - x^2}} \rho_{\nu_p, p}(\eta) \exp \left(- \int_\eta^R \frac{\xi \mathfrak{e}_{\nu_p, p}(\xi)}{\sin \varphi \delta(\xi) \sqrt{\xi^2 - x^2}} d\xi \right) = \\
& = \exp \left(- \int_{|x|}^R \frac{\xi \mathfrak{e}_{\nu_p, p}(\xi)}{\sin \varphi \delta(\xi) \sqrt{\xi^2 - x^2}} d\xi \right) \times \\
& \quad \times \int_{|x|}^R \frac{r dr}{\sqrt{r^2 - x^2}} \left[2\delta(r) \rho_{\nu_p, p}(r) \operatorname{ch} \left(\int_{|x|}^r \frac{\xi \mathfrak{e}_{\nu_p, p}(\xi)}{\sin \varphi \delta(\xi) \sqrt{\xi^2 - x^2}} d\xi \right) \cdot L_{obs} - \right. \\
& \quad - \int_r^R 2\delta^2(\eta) \frac{\eta d\eta}{\sqrt{\eta^2 - x^2}} \rho_{\nu_p, p}(\eta) \exp \left(\int_{|x|}^\eta \frac{\xi \mathfrak{e}_{\nu_p, p}(\xi)}{\sin \varphi \delta(\xi) \sqrt{\xi^2 - x^2}} d\xi \right) - \\
& \quad \left. - \int_{|x|}^r 2\delta^2(\eta) \frac{\eta d\eta}{\sqrt{\eta^2 - x^2}} \rho_{\nu_p, p}(\eta) \operatorname{ch} \left(\int_{|x|}^\eta \frac{\xi \mathfrak{e}_{\nu_p, p}(\xi)}{\sin \varphi \delta(\xi) \sqrt{\xi^2 - x^2}} d\xi \right) \right]. \tag{3.42}
\end{aligned}$$

Заметим, что в полученном результате первое слагаемое при подстановке $\varphi = \frac{\pi}{2}$ даёт соответствующую плотность, а два оставшихся слагаемых имеют меньший порядок при условии $L_{obs} \gg R$.

Для проверки корректности выпишем и координатную плотность в случае $\varphi = 0$, которая будет иметь вид

$$s_{\nu_{obs}, obs} = \int_{|x|}^R \delta^2(r) \frac{2r dr}{\sqrt{r^2 - x^2}} \frac{\rho_{\nu_p, p}(r)}{\mathfrak{e}_{\nu_p, p}(r)} \left(1 - \exp \left(- \frac{\mathfrak{e}_{\nu_p, p}(r) L_{obs}}{\delta(r)} \right) \right). \tag{3.43}$$

Вычисление показывает, что для предельных случаев $\varphi = 0$ и $\varphi = \frac{\pi}{2}$ результаты применения выражений (3.43), (3.26) и выражения (3.42) согласованы. Под этим мы понимаем следующее. В случае $\varphi = \frac{\pi}{2}$ переход к пределу даёт действительно тот же результат, но в случае $\varphi = 0$ следует проявить осторожность, так как при данном значении угла (3.42) имеет особенность. Так, выбирая стандартные в рамках наших вычислений значения L_{obs} порядка R , при не слишком малых значениях угла ($\varphi \approx \frac{\pi}{180}$) мы получаем одинаковый профиль для общей и предельной формул, но при $\varphi \ll \frac{\pi}{180}$ общая зависимость существенным образом деформируется к виду оптически толстого случая для наблюдения под углом $\varphi = \frac{\pi}{2}$. Мы полагаем, что это происходит потому, что выражение (3.42) геометрически получено модификацией случая $\varphi = \frac{\pi}{2}$ и условие $\varphi \ll \frac{\pi}{180}$ в силу фактора $\frac{1}{\sin \varphi}$ меняет характер прозрачности среды. Это подчёркивает, что условие (3.38) является существенным для получения корректных результатов. Действительно, при $\varphi \rightarrow 0$ это условие нарушается при выборе любого конечного L_{obs} .

Выбор удобной x -плотности и её анализ

Отметим, что при наблюдении под нетривиальным углом рассмотрение непосредственно x -плотности, включающей учёт краевых эффектов, но не демонстрирующей их, неиллюстративно. Для визуализации мы предпочтём рассмотреть не полную, но локальную x -плотность для случая, когда луч пересекает боковую поверхность цилиндра дважды. Таким образом, мы не учтём краевые эффекты, но учтём изменение характера зависимости при изменении угла наблюдения.

В итоге, проанализируем поведение функции

$$s_{\nu_{obs}, obs}(x) = \frac{\nu_{obs}}{\text{Hz}} \cdot \exp \left(- \int_{|x|}^R \frac{\xi \alpha_{\nu_p, p}(\xi)}{\delta(\xi) \sqrt{\xi^2 - x^2}} d\xi \right) \times \\ \times \int_{|x|}^R \frac{2r dr}{\sqrt{r^2 - x^2}} \cdot \delta(r) \cdot \frac{\rho_{\nu_p, p}(r)}{\sin \varphi} \cdot \operatorname{ch} \left(\int_{|x|}^r \frac{\xi \alpha_{\nu_p, p}(\xi)}{\delta(\xi) \sin \varphi \sqrt{\xi^2 - x^2}} d\xi \right). \quad (3.44)$$

Отметим, что это выражение аналогично (3.26), и если вместо (3.28) и (3.29) в качестве функций $f(\xi, x)$ и $g(\xi, x)$ выбрать

$$f(\xi, x) = \frac{\xi \alpha_{\nu_p, p}(\xi)}{\sin \varphi \delta(\xi) \sqrt{\xi^2 - x^2}}, \quad g(\xi, x) = \frac{\xi \rho_{\nu_p, p}(\xi) \delta(\xi)}{\sin \varphi \sqrt{\xi^2 - x^2}}, \quad (3.45)$$

то мы получим те же результаты анализа зависимости от частоты наблюдения, как и для угла $\frac{\pi}{2}$.

Рассмотрим, какой эффект вносят изменение Допплер-фактора и появление множителя $\frac{1}{\sin \varphi}$ в оптической толщине. Понятно, что соответствующий множитель перед экспонентой отвечает только за масштаб; он, в том числе, поясняет, почему в основном наблюдаются источники под малым углом.

Для примера будем рассматривать угол, равный 5 градусам. Мы видим (рис. 3.21), что в оптически толстой среде мы получаем одинаковые зависимости. Это ожидаемый результат, так как среда непрозрачна.

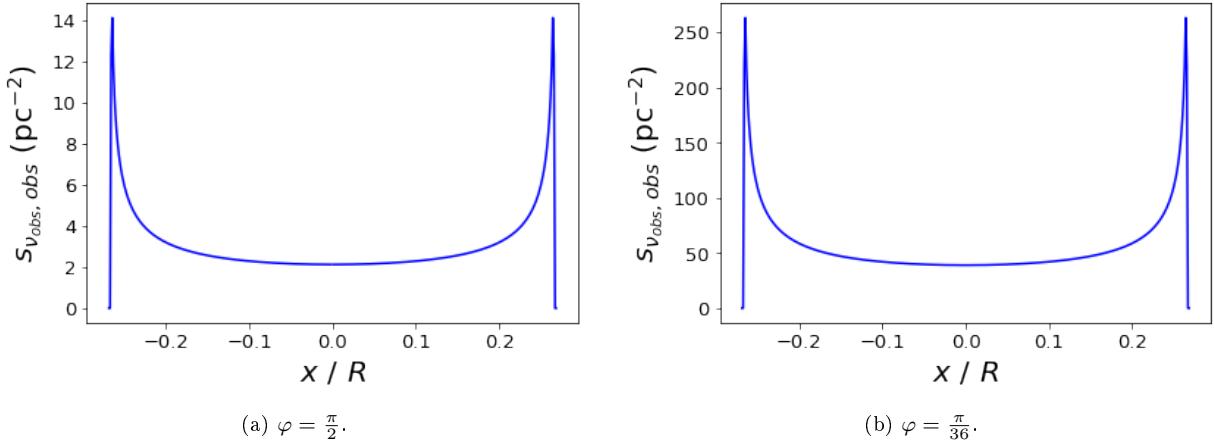


Рис. 3.21: Сопоставление характера зависимостей $s_{\nu_{obs}, obs}(x)$ на срезе $\mathcal{M}_{in}^2 = 2$ для модели с замыканием тока на частоте $\nu_{obs} = 10^7$ Гц.

С другой стороны, в оптически прозрачной среде (рис. 3.22) имеется существенное различие: при наблюдении под углом исчезает уярчение к краю. Это объясняется необходимостью учесть изменение профиля Допплер-фактора при изменении угла наблюдения (см. рис. 3.23): его рост к краю в случае угла $\varphi = \frac{\pi}{2}$ сменяется убыванием для малых углов.

Для модели с линейными интегралами движения поведение в обоих случаях при смене угла сохраняется. В оптически толстом случае (см. рис. 3.24) это связано с непрозрачностью среды, а в оптически тонком случае (рис. 3.25) это связано с недостаточным

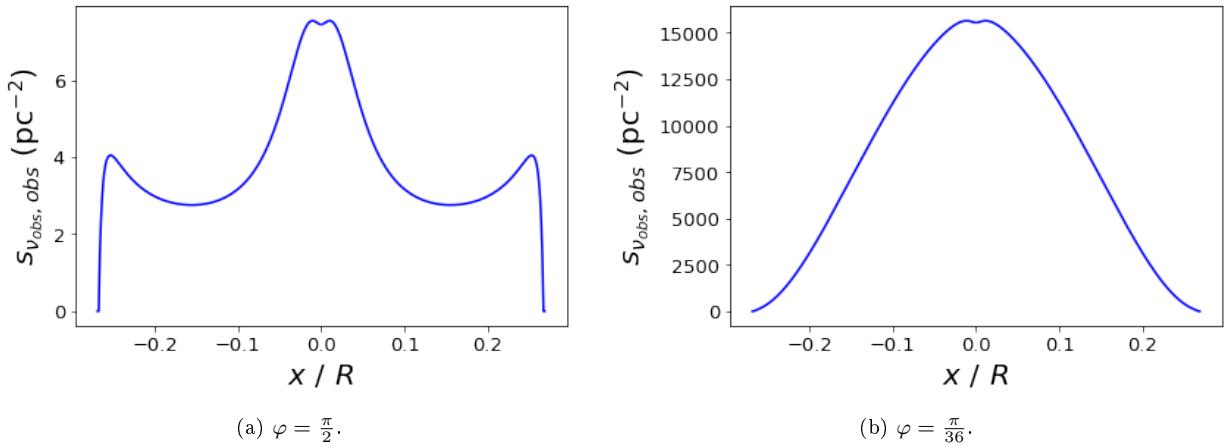


Рис. 3.22: Сопоставление характера зависимостей $s_{\nu_{obs}, obs}(x)$ на срезе $\mathcal{M}_{in}^2 = 2$ для модели с замыканием тока на частоте $\nu_{obs} = 3 \cdot 10^9$ Гц.

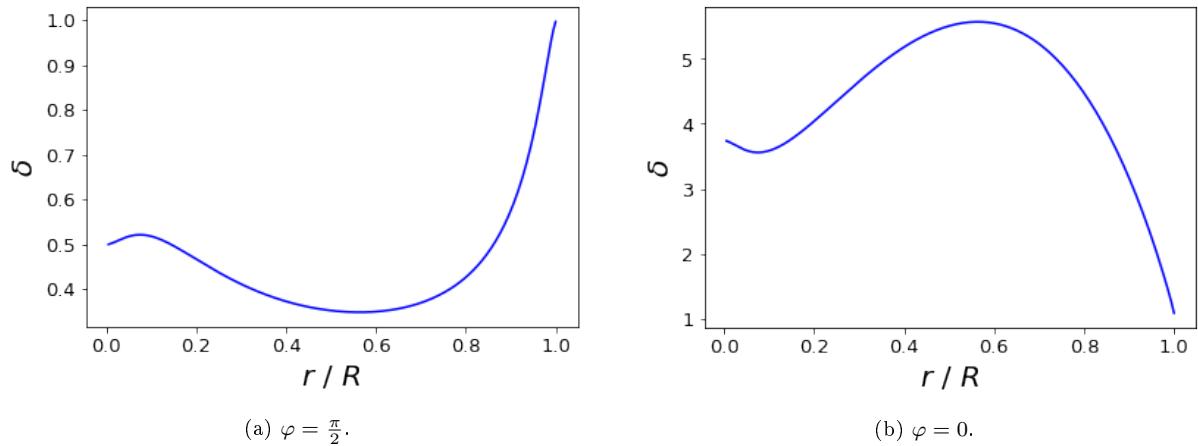


Рис. 3.23: Сопоставление характера зависимостей Допплер-фактора для нескольких значений угла наблюдения на срезе $\mathcal{M}_{in}^2 = 2$ для модели с замыканием тока. Качественно случай $\varphi \ll \frac{\pi}{2}$ идентичен случаю $\varphi = 0$.

ростом Допплер-фактора по сравнению с убыванием концентрации. При этом сохранение поведения зависимости следует понимать как сохранение распределения экстремумов, так как растущий Допплер-фактор (ср. рис. 3.25 и 3.26) значительно деформирует график.

Обсуждение

Результаты вычисления карт интенсивности для угла $\varphi \neq 0$ соответствуют наблюдаемому в выбросах из активных ядер галактик эффекту уярчения к краю. Например, такие наблюдения имеются для источника 3C84 [7]. Мы видим, что для модели с замыканием тока в оптически толстом случае происходит существенное увеличение интенсивности по краям. Это связано с ростом концентрации плазмы в краевых областях и с её замедлением, что приводит к «дебустингу» излучения. В отличие от случая нулевого угла, в оптически тонком случае не происходит спадания интенсивности к краям. Вместо этого наблюдается дополнительное уярчение в центре, связанное со свойствами central core: для него характерны значительная концентрация плазмы и сравнительно

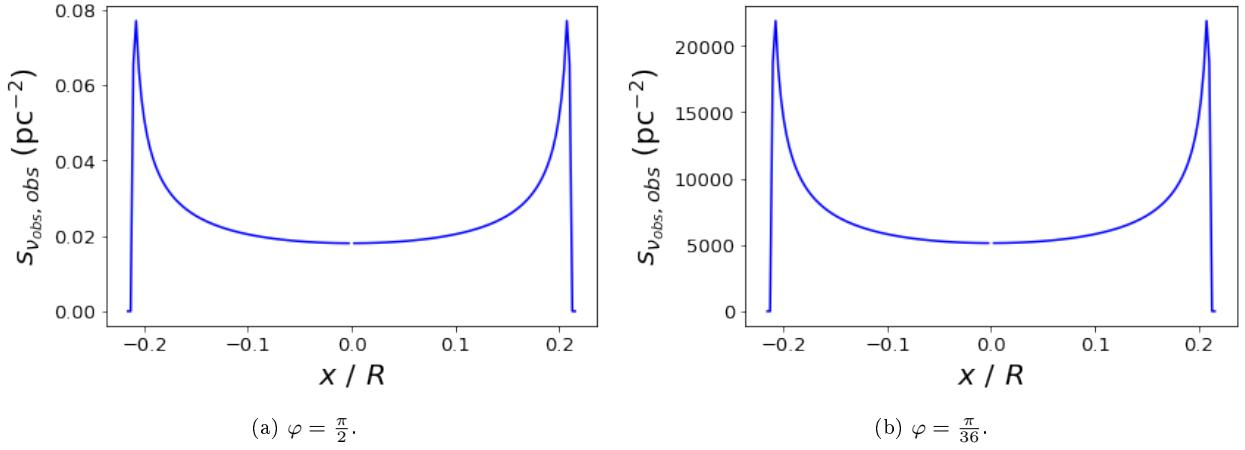


Рис. 3.24: Сопоставление характера зависимостей $s_{\nu_{obs}, obs}(x)$ на срезе $\mathcal{M}_{in}^2 = 2$ для модели с линейными интегралами движения на частоте $\nu_{obs} = 10^7$ Гц.

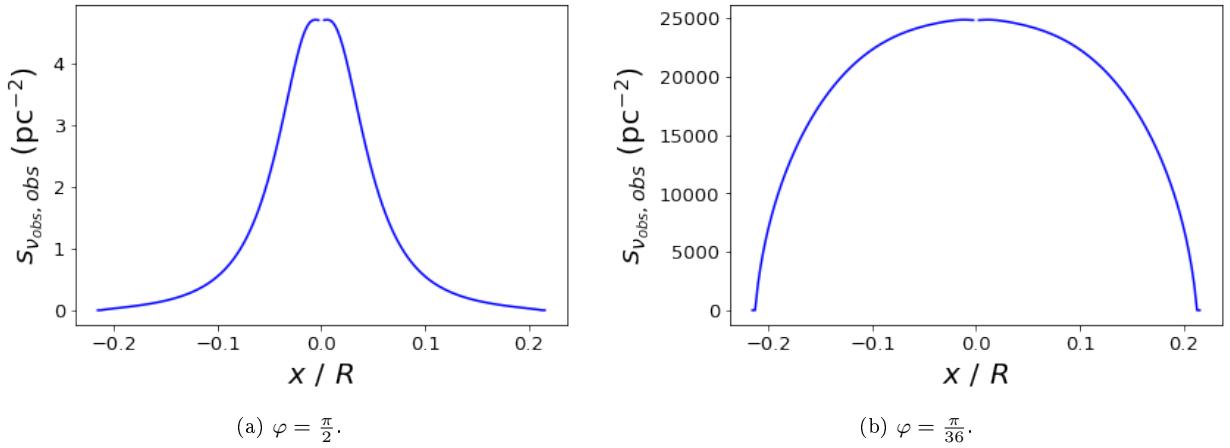


Рис. 3.25: Сопоставление характера зависимостей $s_{\nu_{obs}, obs}(x)$ на срезе $\mathcal{M}_{in}^2 = 2$ для модели с линейными интегралами движения на частоте $\nu_{obs} = 3 \cdot 10^9$ Гц.

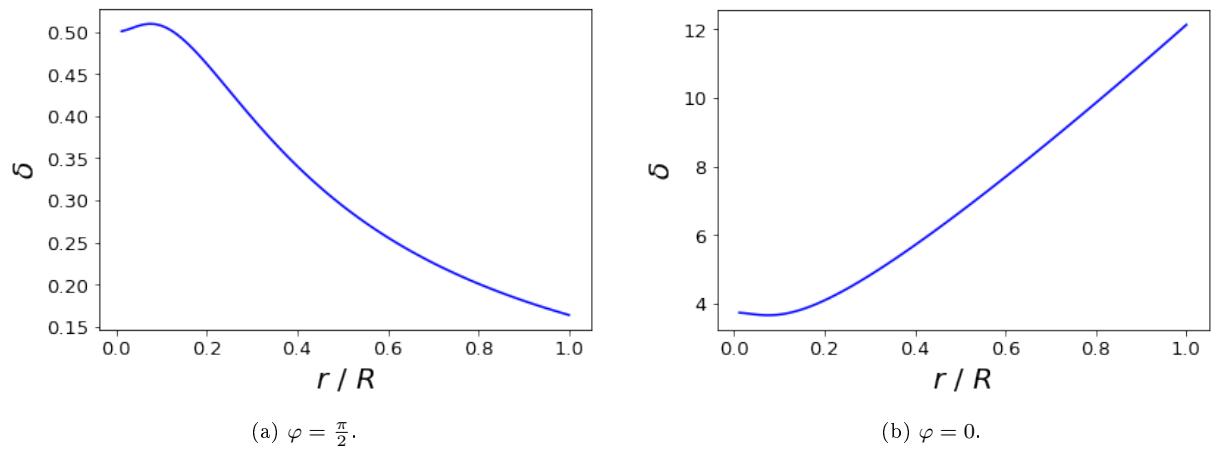


Рис. 3.26: Сопоставление характера зависимостей Допплер-фактора для нескольких значений угла наблюдения на срезе $\mathcal{M}_{in}^2 = 2$ для модели с линейными интегралами движения.

небольшой Лоренц-фактор, не приводящий к существенному прожекторному эффекту.

Одновременно с этим остаются яркими и края выброса. Это позволяет нам предсказать, что в рамках этой модели наблюдаемая граница джета будет соответствовать его реальной границе.

Тем не менее, при рассмотрении угла наблюдения $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$ мы получили, что при наблюдении на малых углах, изменяя частоту наблюдения, можно добиться исчезновения эффекта уярчения к краю. В проведённых нами вычислениях это происходит за счёт убывания Допплер-фактора к краю, как и в случае нулевого угла наблюдения. Мы предполагаем, что возможно появление результатов наблюдений, в которых при незначительном изменении частоты (сопоставимом с масштабом перехода между полностью прозрачным и полностью непрозрачным случаями — всего лишь в несколько раз) происходил бы такой переход: мы смоделировали этот эффект в рамках обеих моделей. Таким образом, дополнительным предсказанием является эффект смены геометрии интенсивности при наблюдении на разных частотах.

Заключение

В данной работе мы рассмотрели две модели синхротронного изучения релятивистских джетов и построили зависимости, описывающие плотности спектрального потока излучения по координате. Выбор координаты зависел от угла наблюдения и был мотивирован симметрией задачи. Мы увидели, что эффекты уярчения к краю и к центру проявляют себя в зависимости от выбора частоты наблюдения — или, что то же самое, в зависимости от того, происходит наблюдение в оптически прозрачной или в оптически толстой среде. Также на проявление этих эффектов может оказывать влияние угол наблюдения, так как вследствие изменения угла наблюдения не только масштабируются функция оптической толщины и предэкспоненциальный множитель, но также изменяется профиль Допплер-фактора.

Важной частью проделанной работы являлся подбор реалистичных физических параметров. С одной стороны, он основывался на известных оценках для некоторых параметров (см. [17] для σ_m и [25] для Ψ_0). С другой стороны, такой выбор корректировался эмпирическим путём. Именно, мы проводили моделирование для различных значений в диапазонах, соответствующим имеющимся оценкам, и сопоставляли их с результатами наблюдений, чтобы выбрать оптимальный набор параметров. Итоговые значения параметров приведены в работе, и качественное соответствие результатов наблюдениям — аргумент в пользу адекватности их подбора.

Также в работе был затронут вопрос видимой границы струйного выброса. Отталкиваясь от распространённого в современных наблюдениях метода определения границы джета посредством аппроксимации гауссианой, мы пришли к заключению, что для малого угла наблюдения возможна недостаточная оценка угла раскрыва в оптически прозрачной среде. Однако на данный момент этот вопрос не изучен нами подробно. Другим открытым вопросом остаётся нарушение характерной для синхротронного излучения зависимости спектрального потока от частоты наблюдения.

В дальнейшем мы планируем отказаться от тестовой цилиндрической модели выброса, чтобы моделировать полноценные карты излучения, пригодные для непосредственного сравнения с результатами наблюдений. Тем не менее, даже цилиндрические модели объясняют некоторые наблюдаемые особенности излучения и позволяют предположить другие возможные эффекты.

Литература

- [1] V. Beskin, A. Chernoglazov, A. Kiselev, E. Nokhrina, On the internal structure of relativistic jets collimated by ambient gas pressure, MNRAS, 472, 3971 (2017).
- [2] V. S. Beskin, E. E. Nokhrina, The effective acceleration of plasma outflow in the paraboloidal magnetic field , MNRAS, 367, 375 (2006).
- [3] V. S. Beskin, E. E. Nokhrina, On the central core in MHD winds and jets, MNRAS, 397, 1486 (2009).
- [4] R. D. Blandford, J. P. Ostriker, Particle acceleration by astrophysical shocks, ApJ, 221, L29 (1979).
- [5] K. Chatterjee, M. Liska, A. Tchekhovskoy, S. B. Markoff, Accelerating AGN jets to parsec scales using general relativistic MHD simulations, arXiv:1904.03243v2 (2019).
- [6] A. R. Choudhury, The Physics of Fluids and Plasmas: An Introduction for Astrophysicists. - Cambridge University Press, 1998.
- [7] G. Giovannini et al., A wide and collimated radio jet in 3C84 on the scale of a few hundred gravitational radii, Nature Astronomy, 2, 472 (2018).
- [8] R. J. Gould, Compton and synchrotron processes in spherically-symmetric non-thermal sources, A&A, 76, 306 (1979).
- [9] K. Hirotani, Kinetic Luminosity and Composition of Active Galactic Nuclei Jets, ApJ, 619, 73 (2005).
- [10] S. S. Komissarov, N. Vlahakis, A. Königl, M. V. Barkov, Magnetic acceleration of ultrarelativistic jets in gamma-ray burst sources, MNRAS, 394, 1182 (2009).
- [11] Y. Y. Kovalev, M. L. Lister, D. C. Homan, K. I. Kellermann, The Inner Jet of the Radio Galaxy M87, ApJL, 668, L27-L30 (2007).
- [12] Y. Y. Kovalev, A. B. Pushkarev, E. E. Nokhrina, A. V. Plavin, V. S. Beskin, A. Chernoglazov, M. L. Lister, T. Savolainen, Discovery of geometry transition in nearby AGN jets, arXiv:1907.01485 (2019).
- [13] A. Levinson, N. Globus, Reconfinement of highly magnetized jets: implications for HST-1 in M87, MNRAS, 465, 1608 (2017).
- [14] A. P. Lobanov, Ultracompact jets in active galactic nuclei, A&A, 330, 79 (1998).

- [15] Yu. Lubarsky, Asymptotic Structure of Poynting-Dominated Jets, *ApJ*, 698, 1570 (2009).
- [16] F. Mertens, A. P. Lobanov, R. C. Walker, P. E. Hardee, Kinematics of the jet in M 87 on scales of 100-1000 Schwarzschild radii, *A&A*, 595, A54 (2016).
- [17] E. E. Nokhrina, V. S. Beskin, Y. Y. Kovalev, A. A. Zheltoukhov, Intrinsic physical conditions and structure of relativistic jets in active galactic nuclei, *MNRAS*, 447, 2726 (2015).
- [18] E. E. Nokhrina, Brightness temperature — obtaining the physical properties of a non-equipartition plasma, *MNRAS*, 468, 2372 (2017).
- [19] E. E. Nokhrina, L. I. Gurvits, V. S. Beskin, M. Nakamura, K. Asada, K. Hada, M87 black hole mass and spin estimate through the position of the jet boundary shape break, arXiv:1904.05665 (2019).
- [20] S. P. O'Sullivan, D. C. Gabuzda, Magnetic field strength and spectral distribution of six parsec-scale active galactic nuclei jets, *MNRAS*, 400, 26 (2009).
- [21] George B. Rybicki, Alan P. Lightman, *Radiative Processes in Astrophysics*. - Wiley-VCH, 1986.
- [22] L. Sironi, A. Spitkovsky, Particle Acceleration in Relativistic Magnetized Collisionless Electron-Ion Shocks, *ApJ*, 726, 75 (2011).
- [23] L. Sironi, A. Spitkovsky, Relativistic Reconnection: An Efficient Source of Non-thermal Particles, *ApJ*, 783, L21 (2014).
- [24] A. Tchekhovskoy, R. Narayan, J. C. McKinney, Efficient generation of jets from magnetically arrested accretion on a rapidly spinning black hole, *MNRAS*, 418, L79 (2011).
- [25] M. Zamaninasab, E. Clausen-Brown, T. Savolainen, A. Tchekhovskoy, Dynamically important magnetic fields near accreting supermassive black holes, *Nature*, 510, 126-128 (2014).
- [26] B. С. Бескин, Осьсимметричные стационарные течения в астрофизике. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.
- [27] B. А. Зорич, Математический анализ. Часть II. - М.: МЦНМО, 2015.