

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»  
Физтех-школа физики и исследований им. Ландау  
Кафедра проблем физики и астрофизики

**Направление подготовки / специальность:** 03.04.01 Прикладные математика и физика  
**Направленность (профиль) подготовки:** Общая и прикладная физика

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ СИНХРОТРОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ОТ РЕЛЯТИВИСТСКОГО НЕОДНОРОДНОГО ДЖЕТА**

(магистерская диссертация)

**Студент:**  
Фролова Валерия Александровна

---

(подпись студента)

**Научный руководитель:**  
Нохрина Елена Евгеньевна,  
канд. физ.-мат. наук, доц.

---

(подпись научного руководителя)

**Консультант (при наличии):**

---

---

(подпись консультанта)

Москва 2021

# Аннотация

В работе мы представляем результаты численного моделирования релятивистских джетов из активных ядер галактик и исследуем влияние неоднородной поперечной структуры джета на профили интенсивности излучения. При этом рассматриваются две магнитогидродинамические модели джета: с линейными интегралами движения и с замыканием тока. Мы рассматриваем зависимости профилей интенсивности от таких параметров, как частота и угол наблюдения, расстояние от ядра, замагниченность, радиус светового цилиндра и полный магнитный поток в джете, и выясняем, при каких условиях в рамках рассматриваемых моделей могут возникать профили интенсивности с несколькими поднятиями. Мы показываем, как неоднородная поперечная структура джета может объяснить наблюдаемый переход от одногорбого к двугорбому профилю интенсивности при изменении частоты наблюдения в 3 раза. Также мы предлагаем алгоритм оценки радиуса светового цилиндра и полного магнитного потока в джете с использованием спектрального индекса и анализируем результаты его работы.

# Оглавление

<b>Введение</b>	<b>3</b>
<b>1 Процесс моделирования</b>	<b>5</b>
1.1 Вычисления . . . . .	5
1.1.1 Уравнение переноса излучения . . . . .	5
1.1.2 Численное решение уравнения переноса излучения . . . . .	6
1.1.3 О конволюции . . . . .	7
1.1.4 Выбор единиц измерения . . . . .	7
1.2 Модели . . . . .	8
1.2.1 Выбор моделей . . . . .	8
1.2.2 Физические величины и интегралы движения . . . . .	9
<b>2 Результаты моделирования</b>	<b>12</b>
2.1 Об устройстве графиков зависимостей . . . . .	12
2.2 Поверхность единичной оптической толщины . . . . .	13
2.3 Зависимости по параметрам . . . . .	15
2.3.1 Зависимости от частоты и угла наблюдения . . . . .	15
2.3.2 Зависимость от внутренних параметров – полного магнитного потока в джете и радиуса светового цилиндра . . . . .	22
2.3.3 Зависимость от расстояния от ядра . . . . .	23
2.4 Нагрев как возможное объяснение уярчения к краю . . . . .	24
2.5 Объяснение перехода между одно- и двугорбым профилями интенсивности	25
<b>3 Оценка внутренних параметров джета с использованием спектрального индекса</b>	<b>28</b>
3.1 Описание алгоритма оценки параметров джета для одного среза . . . . .	28
3.2 Пример результата работы алгоритма – визуализация . . . . .	29
3.3 Источники ошибок при оценке параметров . . . . .	31
3.4 Обобщение алгоритма на множество срезов джета . . . . .	32
3.5 Результаты работы обобщённого алгоритма и анализ ошибок . . . . .	33
3.6 Результаты оценки параметров . . . . .	36
<b>Заключение</b>	<b>38</b>
<b>Библиография</b>	<b>41</b>

# Введение

Релятивистские джеты из активных ядер галактик представляют собой хорошо коллимированные струи плазмы, возникающие в окрестностях сверхмассивных чёрных дыр [6]. Многие особенности устройства этих объектов остаются не до конца изученными, например, всё ещё не ясны окончательно механизмы запуска или коллимации джетов; не объяснена в полной мере и наблюдаемая картина их излучения. Тем не менее, в последние годы, в связи с существенным увеличением разрешения наблюдательных приборов, впервые появляется возможность непосредственного сравнения поперечной структуры излучения, возникающей в моделировании, с результатами наблюдения для самых близких источников. Особенный интерес в недавних наблюдениях джетов вызывает эффект «уярчения к краю» [21, 12] – такая структура излучения, при которой спектральная интенсивность излучения имеет двухгорбый поперечный профиль – ранее такая структура не разрешалась при наблюдениях. Помимо этого, также оказалось, что возможен и трёхгорбый поперечный профиль интенсивности излучения [14, 16, 22].

Существует несколько возможных причин для объяснения таких стратифицированных профилей излучения в наблюдениях. Перечислим некоторые из них.

- Стратификация скоростей может приводить к усилению или, наоборот, подавлению излучения от различных частей джета, что показано как в моделировании (например, [18, 9]), так и в теоретических работах (например, [20, 3]). В частности, в так называемых spine-sheath моделях, то есть моделях, в которых джет состоит из двух «слоёв», быстрой центральной части (spine) и медленной оболочки (sheath), уярчение к краю может возникать благодаря тому, что мы не наблюдаем излучение от центральной части, сконцентрированное в малом телесном угле вокруг вектора средней скорости плазмы.
- Другая возможность – нагрев плазмы. Предполагается, что синхротронное излучение с самопоглощением создаётся релятивистской плазмой, энергия которой распределена согласно следующему степенному закону:

$$dn = k_e(\mathbf{r})\gamma^{-p}d\gamma. \quad (1)$$

Такое распределение может быть следствием ускорения на ударных волнах [17] с помощью механизма Ферми первого порядка или результатом магнитного пересоединения [31] с последующим возникновением области, в которой электрическое поле превосходит магнитное. В обоих случаях нагрев может возникать неравномерно поперёк джета, и приводя к двух- или трёхгорбым профилям интенсивности.

- Ещё одна возможная причина – неоднородная структура самого джета: так как коэффициенты излучения и поглощения, используемые в вычислениях, зависят

от амплитуды магнитного поля и концентрации в точке, то изменения в этих физических величинах приводят к изменению и результирующей интенсивности излучения. Такой подход использовался для оценки амплитуды магнитного поля в джете по наблюдаемой яркостной температуре [23].

Наконец, существует возможность, что для объяснения стратификации излучения необходимо рассмотреть несколько механизмов одновременно.

Воспроизведение подобных особенностей излучения – двух- и трёхгорбой структуры интенсивности, – хотя бы на качественном уровне, является важной задачей численного моделирования релятивистских джетов. Помимо этого, в случае хорошего воспроизведения, интересен и следующий шаг – оценка каких-либо параметров модели в сопоставлении с наблюдениями, и разумные значения параметров, полученные в результате такого оценивания, являются дополнительным свидетельством адекватности модели, в рамках которой они получены. При этом, помимо самой структуры излучения, также стоит обратить внимание на воспроизведение спектрального индекса.

Данная работа посвящена численному моделированию релятивистских джетов из активных ядер галактик и состоит из двух основных частей. В первой из них мы рассматриваем две неоднородные магнитогидродинамические модели джета, с линейными интегралами движения (M1) [20] и с замыканием тока (M2) [3] (мы прокомментируем выбор именно этих моделей в разделе 1.2), и выясняем, при каких условиях в их рамках могут – и могут ли – возникать двух- или трёхгорбая структуры излучения. Для этого мы подробно рассматриваем и объясняем зависимости моделируемых профилей интенсивности излучения от ряда параметров, среди которых: частота и угол наблюдения, расстояние от ядра, начальная замагниченность, полный магнитный поток и радиус светового цилиндра. Кроме того, оказывается, что в рамках модели с замыканием тока возможно воспроизвести не только уярчение к краю, но и переход от центрально-ярчённого профиля излучения к двухгорбому для галактики 3C273 [8] при выборе тех же частот и того же угла, что и в наблюдениях. Вторая же часть работы посвящена оцениванию в рамках модели с замыканием тока таких параметров джета, как полный магнитный поток и радиус светового цилиндра, при сопоставлении численного моделирования с наблюдательными данными для галактики M87 [22]; при этом использовались профили спектрального индекса. Также в отдельной главе мы опишем сам процесс моделирования поперечных профилей интенсивности.

# Глава 1

## Процесс моделирования

### 1.1 Вычисления

#### 1.1.1 Уравнение переноса излучения

Для вычисления поперечных профилей интенсивности, мы используем уравнение переноса излучения для синхротронного излучения с самопоглощением. Уравнение имеет вид (например, [28])

$$\frac{dI_\nu}{ds} = j_\nu - \alpha_\nu I_\nu, \quad (1.1)$$

где  $I_\nu$  – спектральная интенсивность,  $j_\nu$  – спектральный коэффициент излучения,  $\alpha_\nu$  – спектральный коэффициент поглощения, и уравнение решается вдоль траектории наблюдения.

Коэффициенты излучения и поглощения записываются в системе отсчёта плазмы следующим образом [11, 13]:

$$j_\nu = \frac{\hbar\nu}{2} \cdot 4\pi \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{p-1}{2}} a(p) \alpha k_e \left(\frac{\nu_B}{\nu}\right)^{\frac{p+1}{2}}, \quad (1.2)$$

$$\alpha_\nu = c(p) r_0^2 k_e \frac{\nu_0}{\nu} \left(\frac{\nu_B}{\nu}\right)^{\frac{p+2}{2}}. \quad (1.3)$$

Здесь  $\hbar$  – постоянная Планка,  $\alpha$  – постоянная тонкой структуры,  $r_0$  – классический радиус электрона,  $\nu_B$  – циклотронная частота,  $\nu_0 = c/r_0$ ,  $c$  – скорость света, а численные значения для коэффициентов  $a(p)$  и  $c(p)$  приведены, например, в [13], откуда взята приведённая форма записи  $j_\nu$  и  $\alpha_\nu$ . Мы пересчитываем коэффициенты излучения и поглощения в лабораторную систему отсчёта с использованием Лоренц-инвариантов  $I_\nu/\nu^3$ ,  $j_\nu/\nu^2$  и  $\alpha_\nu\nu$  [28]. Отметим, что мы используем именно приведённые выражения 1.2 и 1.3 для коэффициентов поглощения и излучения, несмотря на упорядоченность магнитного поля, предполагая, что распределение синуса питч-угла равномерно.

Также мы выражаем амплитуду  $k_e$  через концентрацию  $n$ . Для этого проинтегрируем 1, где, для этого распределения, мы положим минимальный Лоренц-фактор  $\gamma_{\min}$  равным единице и пренебрежём максимальным Лоренц-фактором  $\gamma_{\max}$ , сопоставляя слагаемые  $\gamma_{\max}^{1-p}$  и  $\gamma_{\min}^{1-p}$ :

$$k_e = \frac{(p-1)n}{\gamma_{\min}^{1-p} - \gamma_{\max}^{1-p}} \approx (p-1)n. \quad (1.4)$$

Значение  $p$  можно определить для какого-либо конкретного источника из наблюдений, однако с точки зрения теории его определение – это всё ещё открытый вопрос. Мы используем значение  $p = 2$ , выбрав его условно, но этот выбор разумен как удовлетворяющий предсказаниям как ускорения на ударных волнах, так и ускорения при перезамыкании [7, 29, 30].

### 1.1.2 Численное решение уравнения переноса излучения

Прокомментируем выбор подходящего численного метода для решения уравнения переноса излучения.

1. Первый из способов решения 1.1 – проинтегрировать уравнение и, используя полученное выражение, отыскать решение с помощью численного интегрирования. Если предпочесть этот способ, необходима аккуратность в оптически толстом режиме: если шаг интегрирования недостаточно мал, интегрирование с использованием метода трапеций или любого другого базового численного метода, включающего использование значений интегрируемой функции на границах области интегрирования, может не приводить к корректному результату, так как в таком случае в сумму входит слагаемое, не подавленное экспоненциальным множителем и имеющее неверную асимптотику; в оптически толстом режиме вклад этого слагаемого доминирует над остальными. Полезно отметить также, что уравнение, несмотря на дополнительное интегрирование в показателе экспоненты, может быть решено в один проход, обновляя на каждом шаге оптическую толщу, которая есть экспоненциальный аргумент, а затем – саму интенсивность.
2. С другой стороны, способ прямого решения исходного дифференциального уравнения также имеет свои трудности. Именно, отсутствует возможность контролировать количество шагов (и, например, проводить огрублённые, но быстрые вычисления для оценивания необходимых параметров), так как должно быть выполнено очевидное условие корректности:

$$I_\nu \geq 0. \quad (1.5)$$

Это условие гарантирует, что поддерживается баланс излучённых и поглощённых фотонов, и определяет количество шагов в схеме. Для удобства использования в вычислениях, можно предпочесть более строгое условие

$$\alpha_\nu ds \leq 1, \quad (1.6)$$

которое позволяет заранее определить максимальный корректный шаг и затем использовать его. В то же время, в оптически толстом режиме такое условие чрезвычайным образом увеличивает время, необходимое для вычисления профиля интенсивности.

Мы использовали оба метода – численное интегрирование и численное решение дифференциального уравнения – для дополнительной верификации результата.

Также отметим следующие детали. Мы использовали линейную интерполяцию, ввиду того, что результатом МГД-расчётов является набор физических величин в дискретном наборе точек. Также мы использовали цилиндрическое приближение.

### 1.1.3 О конволяции

Профили интенсивности можно представить двумя способами. Первый из них предполагает непосредственное рассмотрение профиля интенсивности, вычисленного согласно предположениям об излучении и модели джета и используя предпочтаемый численный метод. Такой подход приводит к результату, важному для теоретических обсуждений и понимания основных зависимостей профилей интенсивности по параметрам, которые мы собираемся рассмотреть далее. Если бы разрешение наблюдательных инструментов было бы идеальным, мы могли бы ограничиться изучением только таких изображений. Однако, для того чтобы произвести адекватное сопоставление с наблюдениями, из-за доступного качества картографирования, нам необходимо произвести над профилями свёртку (конволяцию) с характерным гауссовым бимом (бим – beam, диаграмма направленности – отклик интерферометра на точечный источник) – полученный результат свёртки и является вторым способом описания профиля интенсивности, дающим возможность оценить хотя бы на качественном уровне, соответствуют ли предсказания модели реальным наблюдательным данным. Таким образом, мы всюду на графиках демонстрируем две зависимости: теоретический и свёрнутый профили.

Сама свёртка, в свою очередь, может быть произведена несколькими способами. Когда обрабатывают наблюдательные данные, обычно используют двухмерную свёртку. Однако, в наших вычислениях мы используем одномерную свёртку, которая демонстрирует малоотличимый результат, если не представлено значительных градиентов физических величин вдоль джета. Так как все зависимости физических величин гладкие в рассматриваемых нами моделях, это упрощение адекватно – и тем более точно, чем меньший бим используется – однако в сложных случаях может оказаться, что это не так.

Чтобы верифицировать корректность использования одномерной свёртки, мы сделали несколько численных проверок. Сперва мы рассмотрели небольшой диапазон числа Maxa, характеризующего расстояние от ядра, сделали искусственную двумерную карту, основываясь на профилях для этих значений, и произвели двумерную конволяцию, затем мы сравнили результат для среднего значения в этом диапазоне с результатом одномерной конволяции с тем же размером бима. Параметры были специально выбраны таким образом, чтобы имитировать существенную оптическую толщу — в этом случае эффекты конволяции более заметны. Мы применили и эллиптический, и круглый бим для сравнения результатов. Кроме того, мы сделали цилиндрическую двумерную карту (то есть использовали одно и то же значение числа Maxa) и также сравнили эффекты свёртки для этого случая. Результаты приведены на рисунке 1.1. Мы видим, что двумерная конволяция, безусловно, существенное видоизменяет исходные поднятия (так как её результат зависит от большего количества информации), что обычно в большей степени симметризирует график зависимости, хотя различие несущественно для последующего качественного анализа зависимостей.

### 1.1.4 Выбор единиц измерения

Мы рассматриваем зависимости профилей интенсивности от поперечной координаты,  $x$ . В промоделированных профилях мы выражаем её в единицах радиуса светового цилиндра. При необходимости, эту шкалу можно пересчитать в миллиарды секунды (mas), с использованием выбранного значения радиуса светового цилиндра и со зна-

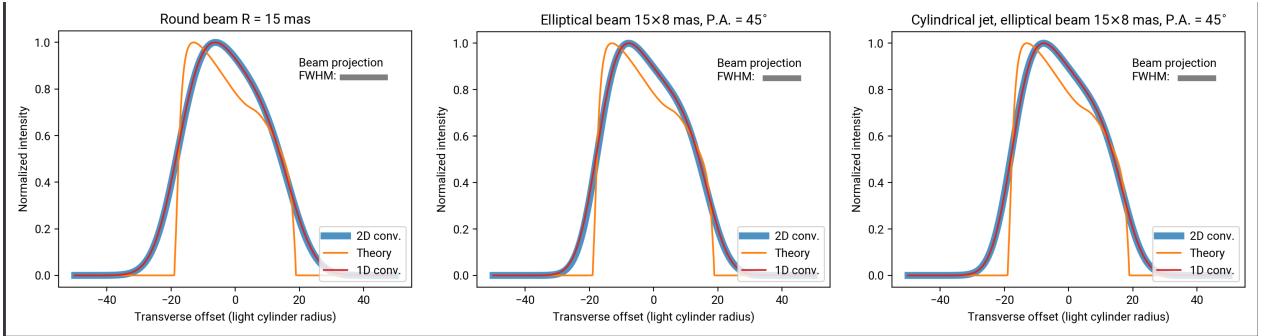


Рис. 1.1: Пример сравнения эффектов одномерной и двумерной свёрток.

нием расстояния, для любого интересующего источника; например, можно произвести такой пересчт для галактики M87 для понимания пропорций в mas для близких источников. Шкала в mas также необходима для того, чтобы произвести точную конволюцию для сравнения с наблюдательными данными, так как при их обработке используются бины, измеренные в mas. В то же время, соответствие числа Маха и расстояния от ядра не точно и может варьироваться. Поэтому мы не стали добавлять шкалу в mas, так как она не даёт понятия о реальном размере. Из-за этого опущения, мы выбираем размер бина относительно ширины джета, в большинстве случаев мы полагаем его равным четверти радиуса. Такой размер бина соотносим с наблюдениями близких источников и позволяет понять, в чём состоят эффекты свёртки.

Мы предпочтаем использовать интенсивность излучения, нормированную на её максимальное значение на профиле, для того чтобы в первую очередь обращать внимание на геометрию излучения, а не конкретные значения интенсивности, так как наша основная задача – выяснить, как рассматриваемые нами модели описывают излучение на качественном уровне.

## 1.2 Модели

### 1.2.1 Выбор моделей

Наша цель – исследовать, как неоднородная структура джета влияет на картину, на паттерны синхротронного излучения. Коэффициенты поглощения и излучения релятивистской плазмы зависят от магнитного поля  $\mathbf{B}$ , концентрации  $n$  и средней скорости  $\mathbf{v}$ . Для того чтобы получить распределения физических величин, мы используем две магнитогидродинамические модели, модель с линейными интегралами движения [20] (M1) и модель с замыканием тока [3] (M2), выбранные для рассмотрения по следующим причинам:

1. обе модели хорошо описывают наблюдаемый для галактики M87 переход формы джета от параболической к конической;
2. обе модели полностью определяются пятью аналитическими функциями (интегралами движения), так что распределения физических величин могут быть легко вычислены в рамках цилиндрического приближения для хорошо коллимированных потоков [24].

Обе модели одинаково описывают центральную часть джета, центральный «кор» (core – ядро), где угловая скорость  $\Omega_F$  постоянна. Центральный кор [5, 18, 20] имеет характерный размер нескольких радиусов светового цилиндра  $R_L = c/\Omega_F$ , в нём почти постоянны концентрация и полоидальное магнитное поле. Тороидальное магнитное поле в центральном коре меньше полоидального или сравнимо с ним, а объёмный (bulk) Лоренц-фактор равен начальному Лоренц-фактору  $\gamma_{in}$ , и в этой части джета доминирует плазма. Вне центрального кора полоидальное  $B_P$  и тороидальное  $B_\varphi$  магнитные поля и концентрация  $n$  падают с удалением от него, в то же время течение ускоряется, ввиду сильной замагниченности вне кора.

Внешняя часть джета различается для двух моделей. В модели с постоянной угловой скоростью (мы также называем её моделью с линейными интегралами движения, соответственно виду интегралов; интегралы движения мы приводим в следующем разделе, 1.2.2) падение амплитуд  $B_P$ ,  $B_\varphi$  и  $n$  и рост Лоренц-фактора  $\gamma$  продолжается вплоть до границы. В модели с замыканием тока, наоборот, скорость падает к границе. Концентрация плазмы же на границе резко возрастает, поскольку именно тепловое давление обеспечивает давление джета на границе для модели с замыканием тока [3]. Таким образом, мы ожидаем исследовать вклад стратификации скоростей в эффект уярчения к краю. Отметим, что такое же, как и в модели с замыканием тока, поведение среднего Лоренц-фактора было получено в численном моделировании [9]: течение замедляется к границе, и Лоренц-фактор имеет экстремум тем ближе к оси джета относительно его ширины, чем более дальнее сечение джета рассматривается.

Таким образом, выбирая для рассмотрения модели с линейными интегралами движения и с замыканием тока, мы рассматриваем наиболее общепринятые и проверенные предположения о структуре джета. Далее мы обсудим их влияние непосредственно на профили интенсивности.

Также отметим, что в основной части нашей работы мы предполагаем, что все частицы одинаково нагреты и излучают: так мы имеем возможность посмотреть, как именно неоднородная поперечная структура джета влияет на профили интенсивности. Тем не менее, мы рассмотрим и частично нагретый джет.

Обсуждая излучение, в большинстве случаев мы будем рассматривать два «типа» сечений. Первое из них выбрано как пример сечения, «близкого» к ядру, для которого центральный кор занимает значительную часть ширины джета. Второй тип сечения – это, наоборот, сечение, «далёкое» от ядра; для такого сечения джет значительно шире, однако центральный кор приблизительно сохраняет свои абсолютные размеры, магнитное поле и концентрация ниже, но их градиенты поперёк джета сильнее, таким образом, центральный кор намного ярче выражен, хотя уже. Такое различие воспроизводится в моделировании с помощью внешних условий, например, давления. Мы выбрали такие сечения, чтобы сравнить моделируемое излучения в двух принципиально различных областях джета – чтобы развить понимание, как характерный профиль интенсивности эволюционирует с удалением от ядра. Безусловно, при этом мы рассмотрим зависимость от числа Маха, не ограничиваясь двумя его значениями, но имея в виду в первую очередь именно эти два граничных случая.

### **1.2.2 Физические величины и интегралы движения**

Наконец, приведём интегралы движения, использованные для построения моделей, а также для наглядности представим графики распределений физических величин, как

раз рассматривая «близкое» и «далёкое» сечения.

### Модель джета с линейными интегралами движения

Линейная модель джета построена для холодного течения на основе следующих интегралов:

$$\eta(\Psi) = \text{const}, \quad (1.7)$$

$$\Omega_F(\Psi) = \Omega_0, \quad (1.8)$$

$$L(\Psi) = \frac{\Omega_0 \Psi}{4\pi^2 c^2}, \quad (1.9)$$

$$E(\Psi) = \Omega_F(\Psi)L(\Psi) + \gamma_{\text{in}}\eta\mu_{\text{jet}}, \quad (1.10)$$

где  $\mu_{\text{jet}} = m_e c^2 = \text{const}$  — релятивистская энталпия, а начальный Лоренц-фактор течения выбран постоянным  $\gamma_{\text{in}} = 2$  (см. подробнее [4], [5]).

Приведём профили физических величин, полученных в рамках этой модели и отвечающих за излучение (рис. 1.2).

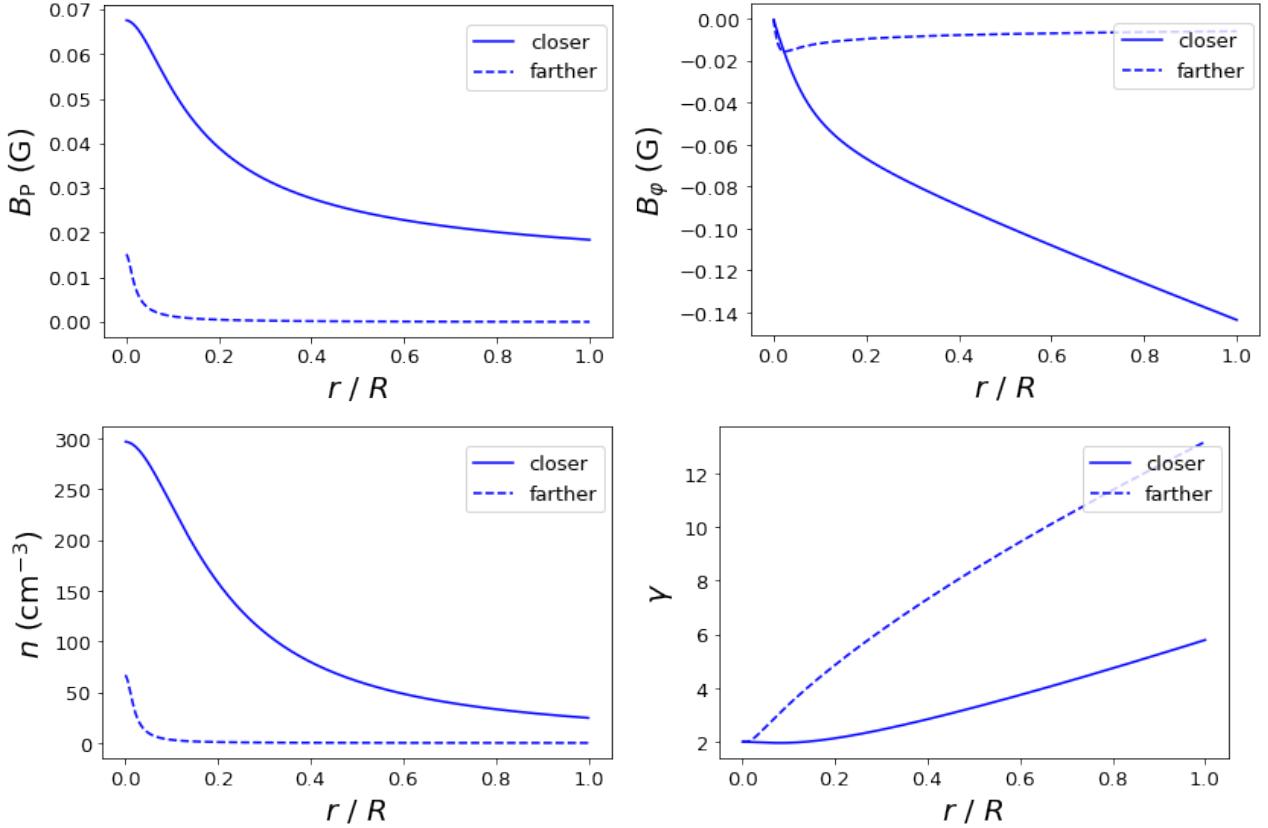


Рис. 1.2: Физические величины в модели джета с линейными интегралами движения.

### Модель с замыканием тока

Модель джета с замыканием тока построена на основе следующих интегралов движения:

$$s(\Psi) = \text{const}, \quad (1.11)$$

$$\eta(\Psi) = \text{const}, \quad (1.12)$$

$$\Omega_F(\Psi) = \Omega_0 \sqrt{1 - \frac{\Psi}{\Psi_0}}, \quad (1.13)$$

$$L(\Psi) = \frac{\Omega_0 \Psi}{4\pi^2 c^2} \sqrt{1 - \frac{\Psi}{\Psi_0}}, \quad (1.14)$$

$$E(\Psi) = \Omega_F(\Psi)L(\Psi) + \gamma(\Psi)\eta\mu_{\text{jet}}, \quad (1.15)$$

где  $\mu_{\text{jet}} = m_e c^2 + w_{\text{jet}}$  — релятивистская энталпия,  $w_{\text{jet}} = c_{\text{jet}}^2 / (\Gamma - 1)$  — нерелятивистская энталпия с постоянной скоростью звука на границе джета  $c_{\text{jet}}$  и показателем политропы  $\Gamma$ . Начальный Лоренц-фактор течения выбран так, чтобы на границе выброса течение имело нулевую скорость (см. подробнее [3], [19]).

Приведём профили физических величин, полученных в рамках этой модели и отвечающих за излучение (рис. 1.3).

Мы ожидаем, что увеличение концентрации плазмы к краю выброса вместе с меньшим Лоренц-фактором приведет к появлению наблюдаемого эффекта уярчения к краю ([3], [19]).

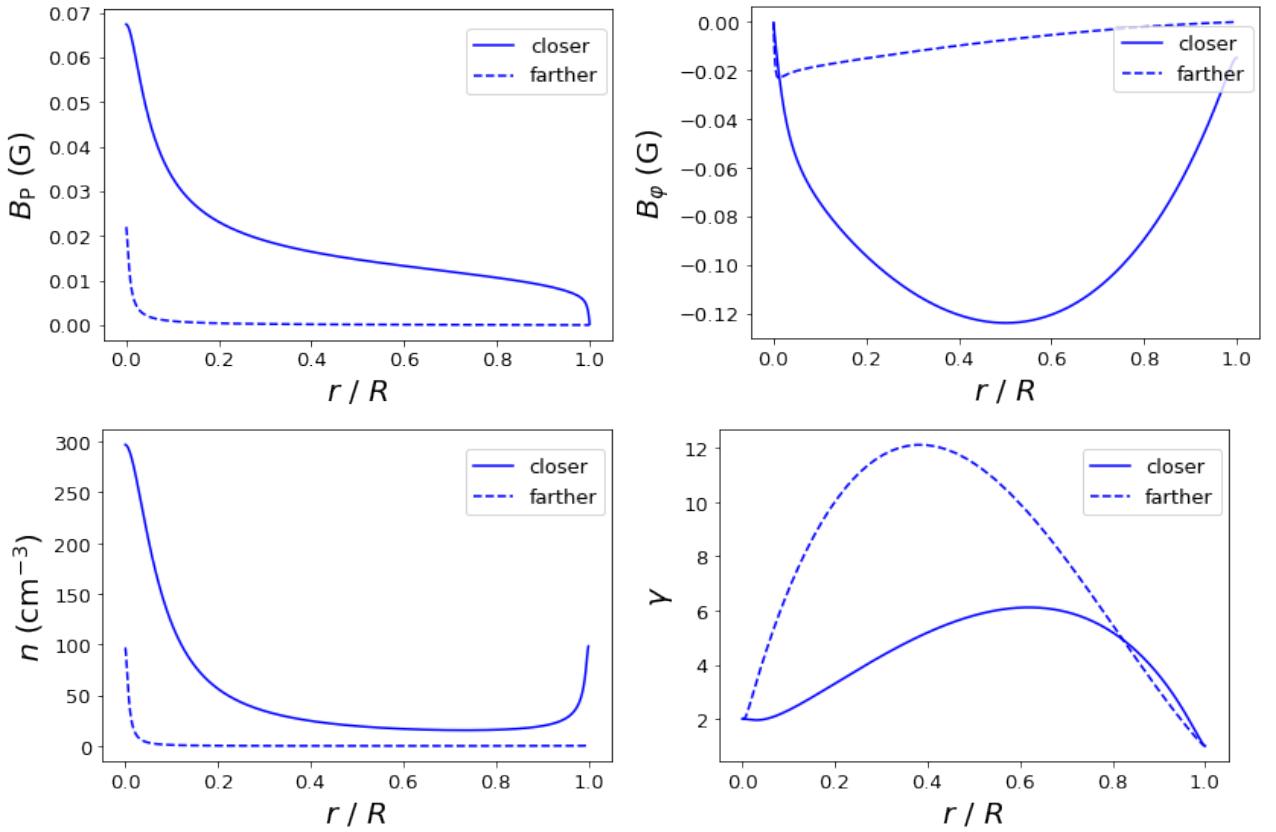


Рис. 1.3: Физические величины в модели джета с замкнутым током.

# Глава 2

## Результаты моделирования

### 2.1 Об устройстве графиков зависимостей

В данной главе мы показываем основные результаты моделирования и обсуждаем зависимости профилей спектральной интенсивности от следующих параметров: частота и угол наблюдения, характеризующие в первую очередь режим наблюдения; расстояние излучающей области от ядра; наконец, полный магнитный поток в джете и радиус светового цилиндра, являющиеся внутренними параметрами для выбранного источника. Отметим, что хотя они не так «осозаемы», как частота или угол наблюдения, внутренние параметры чрезвычайно важны для проводимого нами анализа, так как они значительно влияют на структуру джета. Так, они определяют амплитуды магнитного поля и концентрации, они также определяют амплитуду внешнего давления и, таким образом, ширину джета.

Графики, соответствующие варьированию параметров для каждой модели, собраны вместе на рис. 2.1 и 2.2 для моделей джета с линейными интегралами движения и с замыканием тока соответственно. Описания зависимостей даны в таблице 2.1 вместе с параметрами моделей, использованными для построения конкретных графиков. Прокомментируем, как осуществлялся выбор этих параметров. В большинстве случаев мы моделируем профили спектральной интенсивности на частотах 8 и 15 ГГц, широко используемых в радиоинтерферометрии, следовательно, карты на этих частотах могут быть использованы в дальнейшем для оценки параметров модели. Мы также использовали 5 ГГц для демонстрации большего спектра возникающих эффектов, и мы решили использовать значение  $\nu = 15$  ГГц, варьируя остальные параметры. Ориентируясь в первую очередь на задачу описания эффектов, возникающих в галактике M87, мы выбрали угол наблюдения  $\theta = 14^\circ$  [32] в качестве основного, но, безусловно, мы рассмотрели и другие, более широкие, возможности, варьируя параметр угла наблюдения. Чтобы изображения были репрезентативными, но не перегруженными, мы выбрали для демонстрации следующие значения угла наблюдения: предельные случаи  $\theta = 1^\circ$  и  $\theta = 90^\circ$  и промежуточные  $\theta = 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ$  – такой разброс значений типичен для наблюдений (см., например, [15]). Параметр замагниченности Майкеля, который определяется как отношения потока вектора Пойнтинга к потоку энергии покоящейся плазмы в основании течения, мы положили равным  $\sigma_M = 20$ , – так как  $\sigma_M$  определяет максимально возможный Лоренц-фактор течения, его значение выбрано так, чтобы соответствовать наблюдаемому Лоренц-фактору в M87 (см. комментарий в [25]). Говоря же о внутренних параметрах, полном магнитном потоке  $\Psi_0$  и радиусе светового цилин-

дра  $R_L$ , мы зафиксировали значение последнего как  $R_L = 0.008$  пк [25] (как мы покажем ниже, зависимость по этим параметрам содержит вырождение, поэтому для получения полной картины достаточно варьировать лишь один из них) и использовали  $\Psi_0$  таким образом, чтобы продемонстрировать разнообразие возможных профилей. Большинство использованных значений имеют порядок  $10^{33}$  или  $10^{34}$  Гс · см<sup>2</sup>, что мы находим разумным, имея в виду, что, например, в работе [33] возникает порядок  $10^{34}$  Гс · см<sup>2</sup> и в работе [25]  $\Psi_0$  оценивается как  $\Psi_0 \approx 3 \cdot 10^{33}$  Гс · см<sup>2</sup>.

## 2.2 Поверхность единичной оптической толщины

Для начала, перед непосредственным обсуждением полученных зависимостей, мы хотели бы отметить, что интенсивность излучения, будучи решением уравнения 1.1, хорошо оценивается исходя из следующих двух графиков, если рассматривать их одновременно: коэффициент излучения  $j_\nu$  на рассматриваемом сечении джета и поверхность, на которой оптическая толщина равна единице. Мы определяем её следующим образом. Обозначим как  $z$  координатную ось в направлении наблюдения. Тогда для каждой точки на картинной плоскости существует единственное значение  $z^*$  такое, что

$$\int_{z_0}^{z^*} \alpha_\nu ds = 1, z^* \leq z_1. \quad (2.1)$$

Здесь  $z_0$  и  $z_1$  соответствуют наиболее близкой и наиболее удалённой для наблюдателя точкам на рассматриваемом сечении соответственно. Если же значение единицы не может быть достигнуто посредством интегрирования вплоть до  $z_1$ , то имеет место оптически прозрачный режим и тогда мы полагаем  $z^* = z_1$ . Набор описанных точек и определяет поверхность единичной оптической толщины. Мы обозначаем её как  $z(\tau = 1)$ . Если изобразить сечение джета, можно также изобразить и сечение этой поверхности, в виде графика внутри. Мы приводим примеры таких графиков на рис. 2.1, 2.2, (b). Отметим, что в оптически прозрачном режиме этот график совпадает с дальней границей джета, в то время как в полностью оптически толстом режиме он совпадает с ближней границей.

Так как спектральная интенсивность имеет вид

$$I_\nu(x) = \int_{z_0(x)}^{z_1(x)} j_\nu(x, z) \exp\left(-\int_{z_0(x)}^{\xi} \alpha_\nu(x, \xi) d\xi\right) dz, \quad (2.2)$$

мы ожидаем, что основной вклад в неё вносится в области джета, расположенной под  $z(\tau = 1)$  на таких графиках. Таким образом, знание  $j_\nu$  позволяет заранее оценить будущий результат вычислений. Мы изображаем  $j_\nu$  на рис. 2.1, 2.2, (c); для этих зависимостей использована логарифмическая нормировка для получения хорошо воспринимаемой раскраски изображения.

Рис.	Описание зависимости		$\nu, \text{ГГц}$	$\theta$	$\Psi_0, 10^{33} \text{ Гс} \cdot \text{см}^2$	$\mathcal{M}_{in}^2$
a	Зависимость нормированной спектральной интенсивности от частоты наблюдения $\nu$	M1 M2	5, 8, 15	14°	6 20	2.01

b	Поверхность $z(\tau = 1)$ , соответствующая (а), здесь оранжевый график обозначает границу сечения джета	M1 M2	5, 8, 15	14°	6 20		2.01
c	Коэффициент излучения $j_\nu$ , нормированный логарифмически	M1 M2	5, 8, 15	14°	12		2.01
d	Спектральный индекс, соответствующий (а)	M1 M2	5, 8, 15	14°	6 20		2.01
e	Зависимость нормированной спектральной интенсивности от угла наблюдения $\theta$	M1 M2	15	1°, 10°, 20°, 30°, 40°, 90°	6 12		2.01
f	Зависимость нормированной спектральной интенсивности от частоты наблюдения $\nu$ для малого угла наблюдения	M1 M2	5, 8, 15	1°	2 9		2.01
g	Зависимость нормированной спектральной интенсивности от полного магнитного потока $\Psi_0$	M1 M2	5, 8, 15	14°	3, 9, 15 20, 40, 60		2.01
h	Зависимость нормированной спектральной интенсивности от расстояния от ядра	M1 M2	15	14°	12 30		1.01, 2.01, 8.96 1.01, 2.01, 5.26
i	Зависимость нормированной спектральной интенсивности от частоты наблюдения $\nu$ для « дальнего » сечения	M1 M2	5, 8, 15	14°	30 75		8.96 5.26
2.4	Зависимость нормированной спектральной интенсивности от частоты наблюдения $\nu$ для $\sigma_M = 50$	M1 M2	2, 5, 8, 15	14°	15 250		2.01 4.31

2.6, верх- ний гра- фик	Зависимость нормиро- ванной спектральной интенсивности с эф- фектом нагрева от расстояния от ядра	M2	15	14°	12	2, 3, 4
2.6, ниж- ние гра- фика	Зависимость нормиро- ванной спектральной интенсивности с эф- фектом нагрева от параметров $k_{1,2}$ , опре- делённых выражением 2.11	M2	15	14°	12	4

Таблица 2.1: Описания основных графиков зависимостей и значения параметров, использованных при построении этих зависимостей. Ненумерованные графики относятся к рис. 2.1 и 2.2.

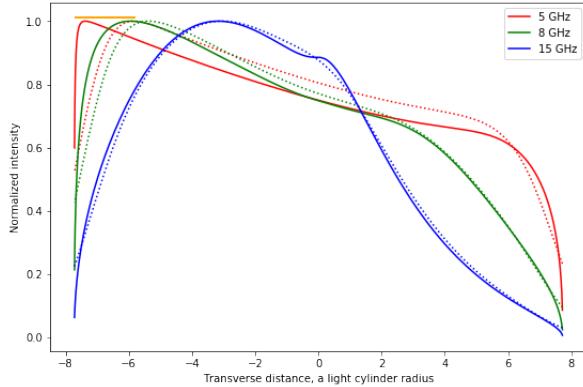
## 2.3 Зависимости по параметрам

### 2.3.1 Зависимости от частоты и угла наблюдения

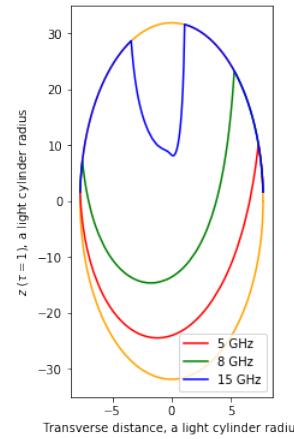
Мы начинаем анализ с рассмотрения зависимости от частоты наблюдения, поскольку эта зависимость наиболее интуитивно понятна и надёжна, её можно рассматривать как тест корректности вычислений. В связи с этим отметим, что один из первых вопросов, в котором необходимо убедиться, обсуждая профили спектральной интенсивности, – это вопрос того, соответствует ли зависимость спектрального потока с рассматриваемого среза (то есть суммарной спектральной интенсивности) от частоты ожидаемой в соответствии с предположениями об излучении. В нашем случае, это синхротронное излучение с самопоглощением. Мы выполнили соответствующую проверку и в предельных случаях действительно получили корректные значения спектрального индекса – 2.5 и  $(1 - p)/2$ .

Из профилей интенсивности (рис. 2.1, 2.2, (a)) можно увидеть следующий тренд для теоретических зависимостей. На более высоких частотах, когда джет полностью оптически прозрачен, мы видим выраженное центральное поднятие. Уярчение центра имеется благодаря центральному кору: максимальные значения концентрации и магнитного поля в центральном коре приводят к поднятию в распределении  $j_\nu$  на срезе и, соответственно, в излучении в оптически прозрачном режиме. Подчеркнём, что это выполняется только в том случае, когда частицы плазмы имеют распределение по энергии, описываемое выражением 1. Мы обсуждаем случай частично нагретого джета в 2.4.

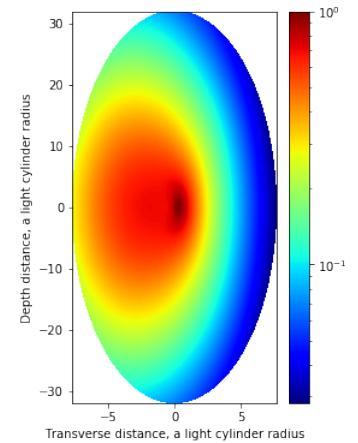
Уменьшая частоту, мы получаем структуру с двумя пиками. Это происходит потому, что центральный кор становится оптически толстым, в то время как края джета остаются оптически прозрачными, что понятно из графиков  $z(\tau = 1)$ . Кроме того, мы можем обратиться к графикам спектрального индекса (рис. 2.1, 2.2, (d)) для верификации того, что края джета оптически прозрачны, и чтобы выяснить, каких значений спектральный индекс может достигать для подобных профилей интенсивности. Оптическое утолщение центра происходит за счёт экстремальных значений концентрации и магнитного поля, которые приводили к уярчению центра в оптически прозрачном ре-



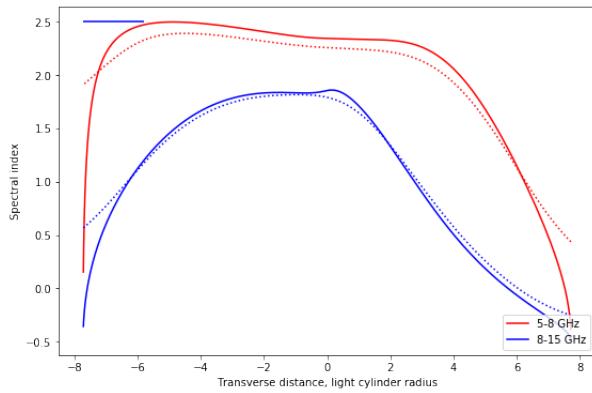
(a) Зависимость от частоты наблюдения.



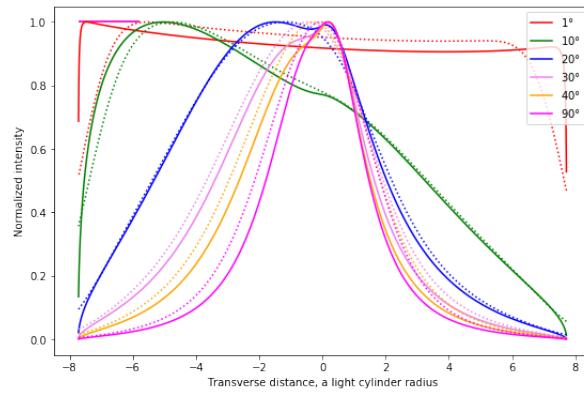
(b) Поверхность, на которой оптическая толщина равна единице.



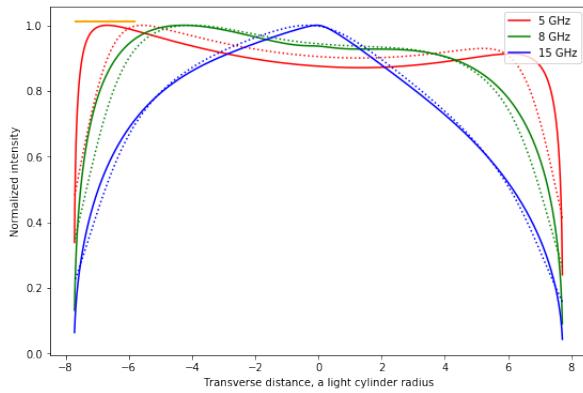
(c) Коеффициент излучения.



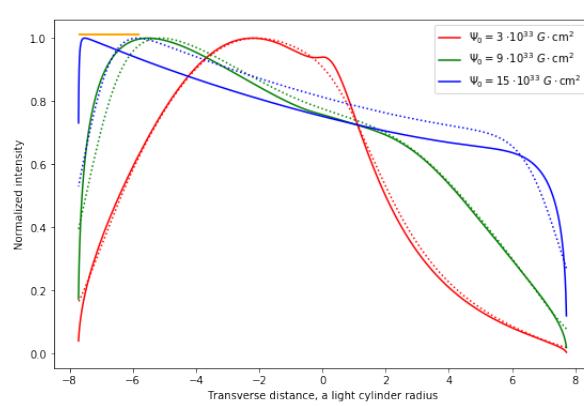
(d) Спектральный индекс.



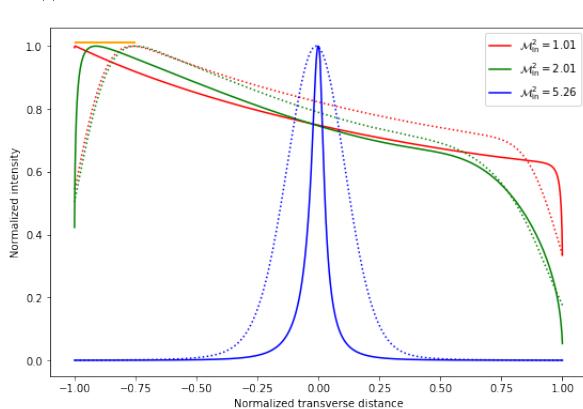
(e) Зависимость от угла наблюдения.



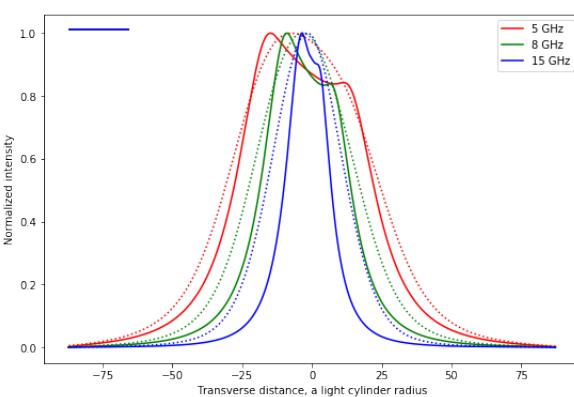
(f) Зависимость от частоты наблюдения для малого угла наблюдения.



(g) Зависимость от полного магнитного потока.

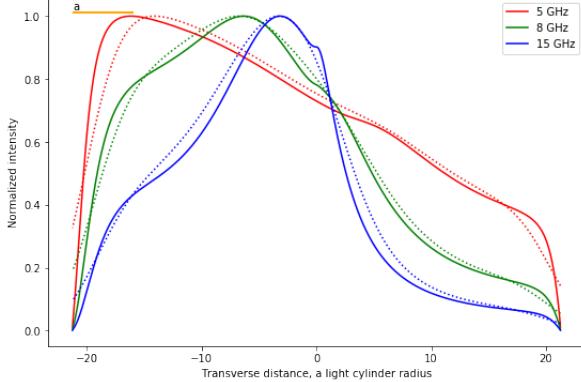


(h) Зависимость от расстояния от ядра.

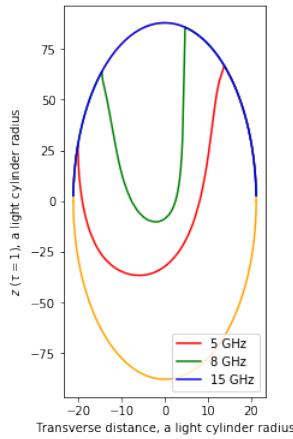


(i) Зависимость от частоты наблюдения для более дальнего среза.

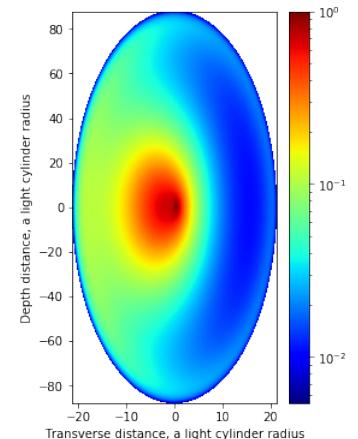
Рис. 2.1: Зависимости нормированных профилей интенсивности излучения от параметров для модели с линейными интегралами движения. Сплошные линии соответствуют теоретическим графикам, пунктирные – свёрнутым. Бим приведён в левом верхнем углу.



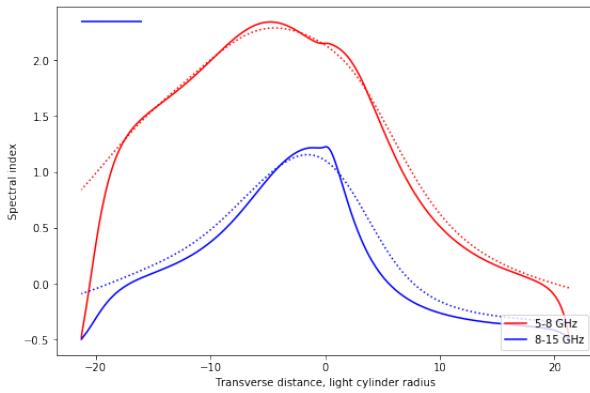
(а) Зависимость от частоты наблюдения.



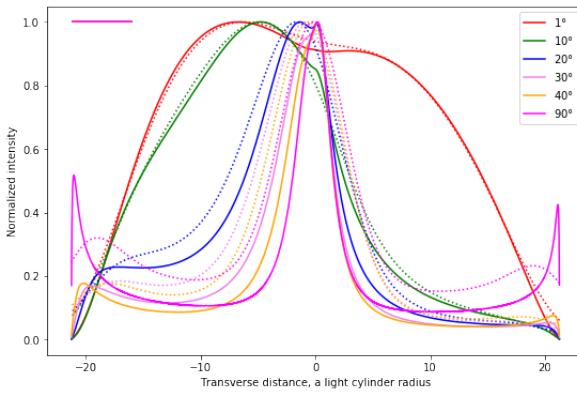
(б) Поверхность, на которой оптическая толщина равна единице.



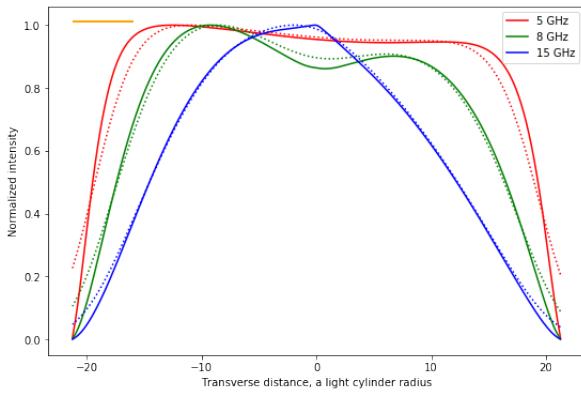
(с) Коеффициент излучения.



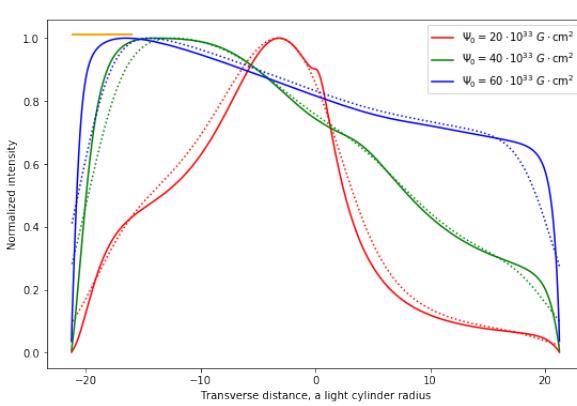
(д) Спектральный индекс.



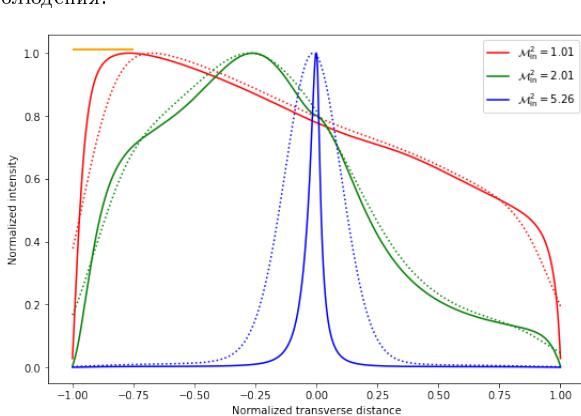
(е) Зависимость от угла наблюдения.



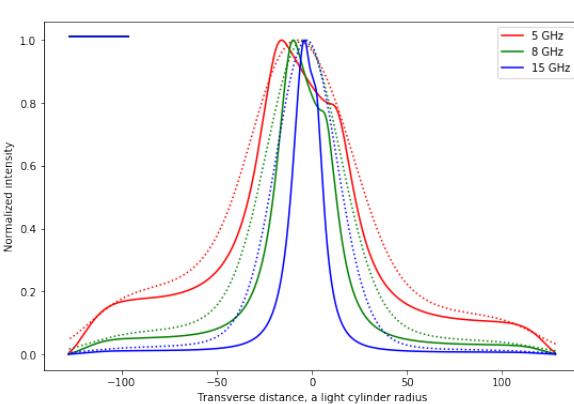
(ф) Зависимость от частоты наблюдения для малого угла наблюдения.



(г) Зависимость от полного магнитного потока.



(х) Зависимость от расстояния от ядра.



(и) Зависимость от частоты наблюдения для более дальнего среза.

Рис. 2.2: Зависимости нормированных профилей интенсивности излучения от параметров для модели с замыканием тока. Сплошные линии соответствуют теоретическим графикам, пунктирные – свёрнутым. Бим приведён в левом верхнем углу.

жиме, и ведёт к уменьшению интенсивности в центре, в то время как края становятся ярче. Ясно, что асимметрия между краями зависит от распределения скоростей: если имеется значительная тороидальная скорость, то края сильно асимметричны, как на приведённых графиках. В этом случае, один из краёв оказывается не уярчённым, а напротив, его излучение подавлено. Однако, если тороидальная компонента скорости мала по сравнению с её полоидальной компонентой и/или угол наблюдения мал, график зависимости симметризуется. Таким образом, оптически толстый режим характеризует уярчение к краю.

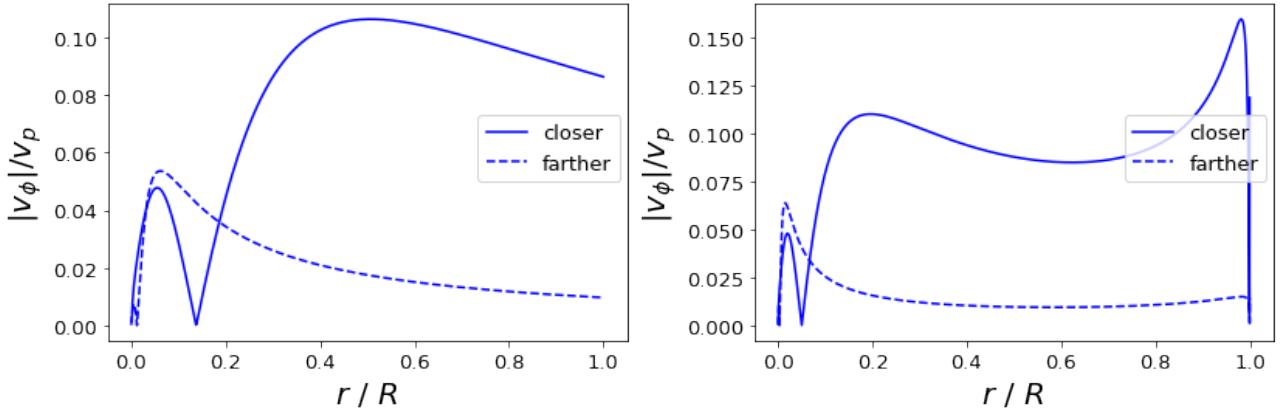


Рис. 2.3: Эволюция координатной зависимости отношения  $\frac{|v_\phi|}{v_p}$ .

Возникает вопрос, как можно было бы повлиять на выраженность тороидальной компоненты скорости. Для этого можно рассмотреть зависимость отношения  $\frac{|v_\phi|}{v_p}$  от координат (рис. 2.3). Это отношение фактически характеризует угол, под которым направлен вектор скорости. Из этих графиков видно, что, для обеих моделей, при рассмотрении более дальних срезов вклад тороидальной скорости уменьшается. При этом действительно края джета становятся более симметричными. Однако, также можем заметить, что  $\frac{|v_\phi|}{v_p}$  имеет максимум в центральном коре, поэтому при оптическом утолщении он остаётся менее симметричным, чем края. Таким образом, рассмотрение более дальних срезов приводит к более симметричным зависимостям, но для получения действительно хорошо симметризованного изображения за счёт только расстояния от ядра его необходимо увеличить до экстремальных значений. Кроме того, мы осуществили следующую проверку. Мы вручную изменили смоделированные скорости таким образом, чтобы тороидальная скорость уменьшалась и при этом моделированный Лоренц-фактор сохранялся – это даёт правило, согласно которому пересчитывается полоидальная скорость. Сравнивая результирующие профили, мы оценили, что для достаточной визуальной симметрии профилей интенсивности максимум рассматриваемого отношения  $\frac{|v_\phi|}{v_p}$  не должен превышать  $\approx 0.02$  – то есть доля тороидальной скорости относительно полоидальной не должна превышать примерно 2 процента.

С дальнейшим уменьшением частоты уменьшается и различие в интенсивности излучения от краёв и центральной части джета, так как центральный кор перестаёт попадать в область под графиком  $z(\tau = 1)$  и, благодаря этому, индуцированные им градиенты физических величин не оказывают влияния на результат вычислений. В случае же экстремально высоких значений оптической толщины мы получаем практически равномерную

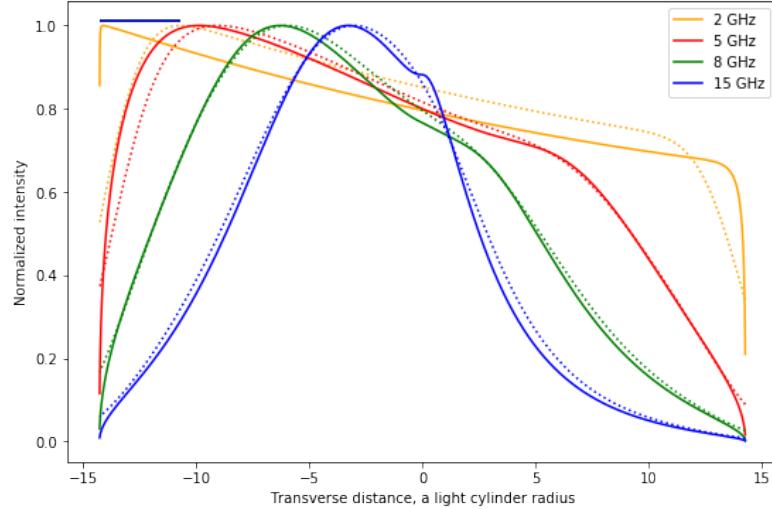
поперечную зависимость, так как в этом случае только излучение из очень тонкого слоя, ближнего к наблюдателю, вносит свой вклад.

Из изображений также понятно, что обе модели приводят к качественно одинаковой картине излучения, хотя определяющие их интегралы движения и принципиально различны. Здесь мы видим, как сильно влияние центрального кора: он имеется как в модели с линейными интегралами движения, так и в модели с замыканием тока, и благодаря ему распределения  $j_\nu$  для обеих моделей значительно напоминают друг друга. Безусловно, результаты вычислений не одинаковы: за счёт различного Лоренц-фактора, имеются различия на границе, а также в степени подавления излучения для правого края (в рамках вычислений мы предполагаем, что положительное направление тороидальной скорости – против часовой стрелки). Тем не менее, описанные эффекты влияют на форму профиля интенсивности в малой степени. Этот пример показывает нам, что одного эффекта Допплера может быть недостаточно для объяснения картины излучения в случае стратифицированного джета.

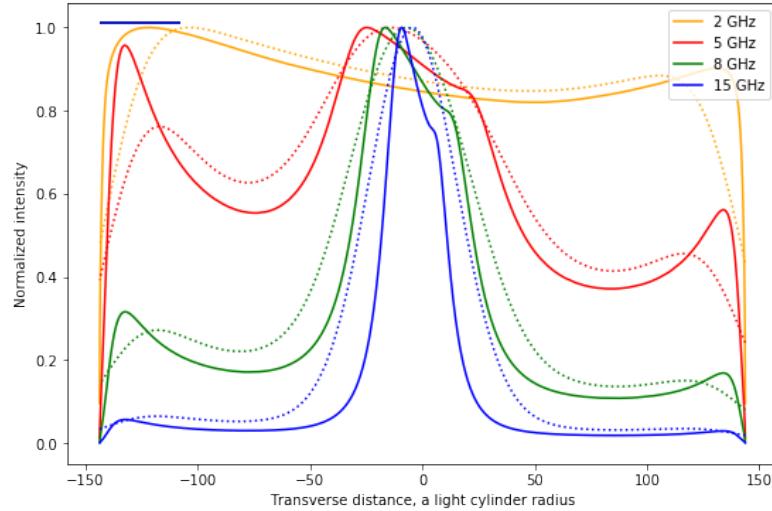
С другой стороны, мы можем рассмотреть вариацию параметра замагниченности Майкеля. Так как он определяет максимальный Лоренц-фактор течения, то джет, чьи физические величины вычислены в рамках моделей с большими значениями  $\sigma_M$ , имеет более выраженные градиенты Лоренц-фактора и Допплер-фактора. Приведём изображение (рис. 2.4), полученное для  $\sigma_M = 50$ . Мы видим, что, увеличив замагниченность, мы получили профили интенсивности, значительно отличающиеся для двух моделей – теперь эффект Допплера различает рассматриваемые модели. Кроме того, высокая замагниченность приводит к воспроизведению трёхгорбой структуры для модели с замыканием тока (для сравнения см., например, наблюдаемые интенсивности в работах [1, 16]). Отметим, что убедиться в ключевой роли Допплер-фактора для этого результата можно с помощью вариации угла наблюдения, что мы и сделали.

Также следует помнить, что обычно на меньших частотах, согласно практике обработки наблюдательных изображений, необходимо использовать большие бины, которые могут трансформировать оптически толстые профили на качественном уровне в подобные оптически прозрачным. Примеры таких трансформаций мы приводим на рис. 2.5. Помимо профиля с двумя поднятиями, мы рассмотрели здесь также центрально-уярчённый профиль и профиль с обеими уярчёнными особенностями – центром и краями, чтобы ответить на вопрос, может ли свёртка каким-либо образом подавить уярчение, вызванное центральным кором. Мы видим, что свёртка в любом случае сохраняет центральное поднятие, однако измеренная ширина джета при использовании разных бимов оказывается различной. Для трёхгорбого же профиля увеличение бима свёртки приводит сперва к смещению краевых поднятий к центру, а затем – к их полному подавлению.

Теперь прокомментируем зависимость от угла наблюдения. Профили (рис. 2.1, 2.2, (e)) показывают, что малые значения угла наблюдения соответствуют большей оптической толще. Так как меньший угол наблюдения приводит к увеличению Допплер-фактора, входящему в коэффициенты поглощения и излучения с положительной степенью, этот результат ясен и корректен. Точные степени зависят от выбора спектрального индекса  $p$  в распределении излучающих частиц по энергиям и видны из выражений 1.2 и 1.3. Мы видим, что для модели с линейными интегралами движения для малых углов наблюдения и для модели с замыканием тока, напротив, для больших углов наблюдения уярчённые края более острые и расположены ближе к границе джета (хотя конволюция может изменить изображение значительным образом, заменяя подобные пики широким центральным поднятием, как это и происходит на приведённых графиках). Это соот-



(a) Модель с линейными интегралами движения.



(b) Модель с замыканием тока.

Рис. 2.4: Зависимость нормированной спектральной интенсивности от частоты наблюдения для  $\sigma_M = 50$ . Значения использованных параметров даны в таблице 2.1. Сплошные линии соответствуют теоретическим графикам, пунктирные – свёрнутым. Бим приведён в левом верхнем углу.

ветствует поведению Допплер-фактора в предельных случаях по углам, в зависимости от того, растёт ли Лоренц-фактор к границе, как для модели с линейными интегралами движения, или же его значение стремится к единице на границе, как для модели с замыканием тока.

На рис. 2.1, 2.2, (f) мы также проварировали частоту наблюдения для предельного случая  $\theta = 1^\circ$ , чтобы дать представление о поведении зависимости для малого угла и в оптически прозрачном режиме. Мы видим, что все графики намного более симметричны, если сравнивать с использованием значения  $\theta = 14^\circ$ , и возможно уярчение к краю с уярчением обоих краёв.

Так как оценка угла наблюдения для M87 обычно попадает в диапазон от  $10^\circ$  до  $20^\circ$ , мы также хотели бы подчеркнуть, что профили для  $10^\circ$  и  $20^\circ$  демонстрируют существенно отличное поведение, что видно из графиков. Это различие обнаруживает заметную трудность в установлении соответствия между моделированием и наблюдениями, так

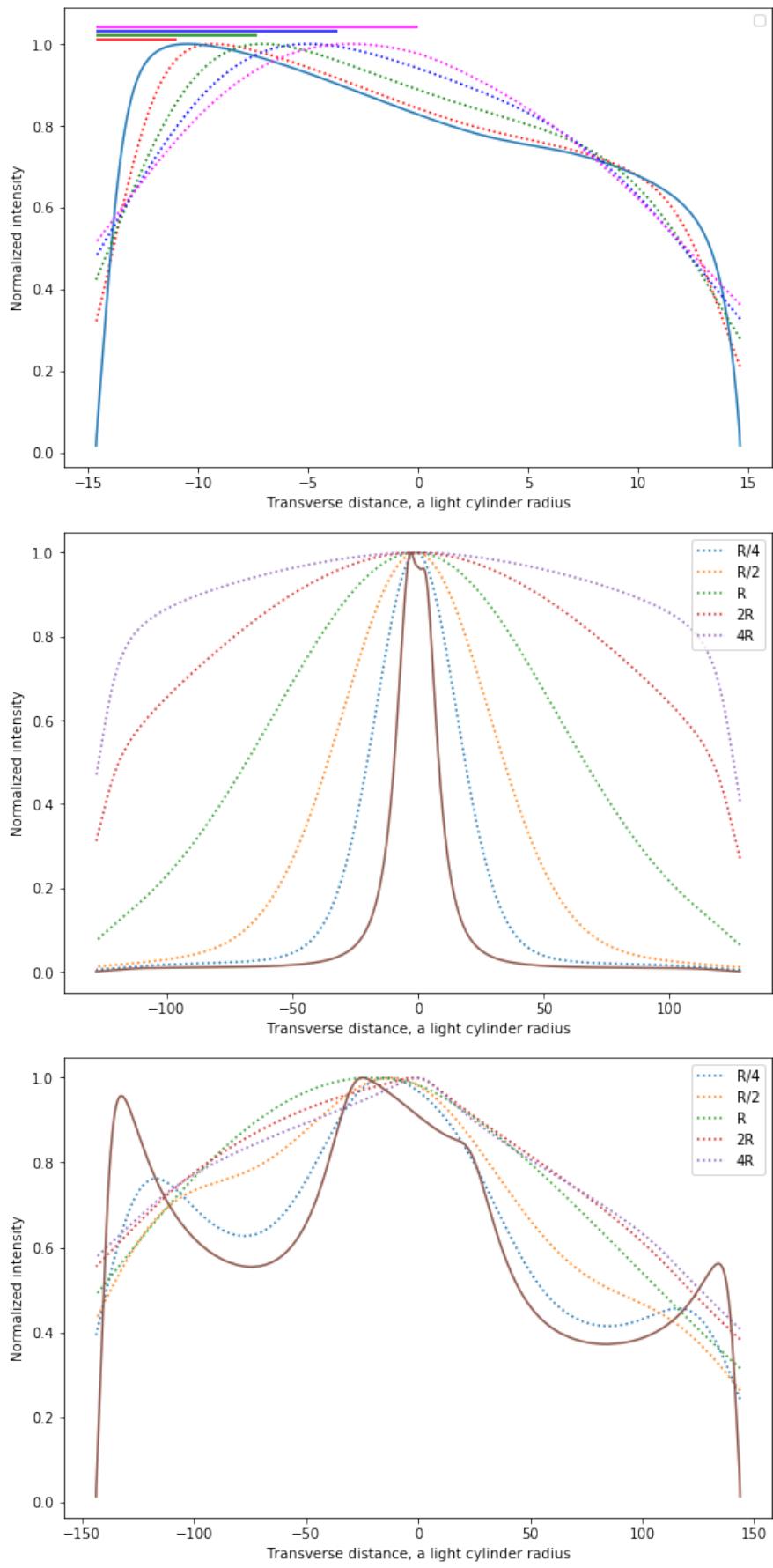


Рис. 2.5: Примеры влияния размера бима на форму профиля интенсивности.

как на данный момент нет точного метода измерения угла; при оценивании, разброс обычно довольно широкий, например, погрешность приблизительно в  $\pm 3^\circ$  возникает в работе [21], а в работе [22] разброс составляет  $\pm 8^\circ$ . Таким образом, значительное изменение профиля при небольшой вариации угла наблюдения вносит дополнительную неопределенность.

### 2.3.2 Зависимость от внутренних параметров – полного магнитного потока в джете и радиуса светового цилиндра

Для нашей работы очень важно разобраться в зависимостях профилей интенсивности от полного магнитного потока в джете и радиуса светового цилиндра, потому что эти параметры относятся к самому джету, в то время как остальные рассматриваемые параметры – частота и угол наблюдения, расстояние от ядра – в первую очередь характеризуют режим наблюдения или то, какая область в джете наблюдается; такие параметры, в отличие от полного магнитного потока и радиуса светового цилиндра, могут изменяться от наблюдения к наблюдению, «настраиваться».

На рис. 2.1, 2.2, (g) мы приводим зависимости от полного магнитного потока. Мы видим, что чем выше его значения, тем оптически толще рассматриваемая область в джете. Чтобы понять эту зависимость, рассмотрим правила оразмеривания, которые мы используем для магнитных полей и концентрации, вычисленных в рамках магнитогидродинамики:

$$B = \tilde{B} \frac{\Psi_0}{2\pi R_L^2 \sigma_M}, \quad (2.3)$$

$$n = \tilde{n} \left( \frac{\Psi_0}{8\pi^2 \sigma_M R_L^2} \right)^2 \frac{1}{m_p c^2}. \quad (2.4)$$

Здесь величины, отмеченные тильдой, являются безразмерными;  $m_p$  – масса частиц в плазме (электронов).

Эти правила показывают, что чем выше значение полного магнитного потока при фиксированном значении радиуса светового цилиндра, тем большими являются магнитные поля и концентрация частиц и, соответственно, тем больше коэффициенты излучения и поглощения. Следовательно, среда становится оптически толще, и промоделированные профили отражают это свойство.

Также можно заметить, что нет необходимости в независимом рассмотрении вариации радиуса светового цилиндра: и  $B$ , и  $n$  зависят не от  $\Psi_0$  и  $R_L$  по отдельности, а от величины  $B_L = \Psi_0 / R_L^2$ , так что понимание только зависимости от  $\Psi_0$  достаточно. В то же время зависимость именно от комбинации  $B_L$  демонстрирует, что в задаче имеется вырождение, что затрудняет оценку этих параметров по отдельности.

Отметим, что указанная зависимость от  $B_L$  может значительно напоминать зависимость, полученную нами при вариации частоты наблюдения. Однако важно помнить, что эти зависимости отличаются друг от друга принципиальным образом, так как коэффициенты излучения и поглощения зависят различно от  $B_L$  и  $\nu$ . Именно,

$$j_\nu \propto \nu^{\frac{p-1}{2}} B_L^{\frac{p+5}{2}}, \quad (2.5)$$

$$\alpha_\nu \propto \nu^{-\frac{p+4}{2}} B_L^{\frac{p+6}{2}}. \quad (2.6)$$

Теперь допустим, что мы изменили  $B_L$  в  $k$  раз. Коэффициенты преобразуются следующим образом:

$$j_{\nu, B_L} = j_{\nu} k^{\frac{p+5}{2}}, \quad (2.7)$$

$$\alpha_{\nu, B_L} = \alpha_{\nu} k^{\frac{p+6}{2}}. \quad (2.8)$$

Здесь мы добавили второй индекс как индикатор варьируемой величины.

С другой стороны, если мы изменим  $\nu$  в  $l$  раз, мы получим следующие коэффициенты:

$$j_{\nu, \nu} = j_{\nu} l^{\frac{p-1}{2}}, \quad (2.9)$$

$$\alpha_{\nu, \nu} = \alpha_{\nu} l^{-\frac{p+4}{2}}. \quad (2.10)$$

Понятно, что невозможно выбрать  $l$  так, чтобы соотношения  $j_{\nu, B_L} = j_{\nu, \nu}$ ,  $\alpha_{\nu, B_L} = \alpha_{\nu, \nu}$  выполнялись одновременно. Таким образом, невозможно имитировать вариацию  $B_L$  посредством вариации частоты, и с формальной точки зрения здесь какое-либо вырождение отсутствует, хотя профили могут выглядеть очень похоже и в целом их преобразование при изменении  $B_L$  объясняется таким же, как и ранее, рассуждением о том, как изменяется оптическая прозрачность среды.

### 2.3.3 Зависимость от расстояния от ядра

Варьируя расстояние от ядра – начала выброса, мы хотели бы обсудить два возникающих при этом эффекта. Первый из них проиллюстрирован на рис. 2.1, 2.2, (h). Профили интенсивности здесь обозначены с использованием квадрата числа Маха, большие значения которого соответствуют более далёким сечениям джета. Профили показывают, что более дальние сечения оптически прозрачнее на тех же частотах наблюдения. В рамках МГД-моделирования, магнитные поля и концентрация уменьшаются вдоль джета, так же уменьшаются и коэффициенты поглощения и излучения, приводя оптическому утоньшению. Таким образом, мы ожидаем, что области джета, близкие к ядру, будут демонстрировать уярчение к краю, а удалённые области будут иметь уярчённый центр, то есть качественно мы можем предсказать наличие перехода от одного характерного профиля интенсивности к другому.

Однако, расстояние от ядра влияет не только на оптическую прозрачность и, соответственно, картину уярчения, но и на саму структуру потока, так как распределения физических величин значительно изменяются вдоль джета. Для иллюстрации рассмотрим зависимость профилей интенсивности от частоты наблюдения на «далёких» срезах (рис. 2.1, 2.2, (i)) и сравним их с профилями для «близких» срезов, которые мы уже обсудили.

Мы видим, что в оптически прозрачном режиме яркий центр на дальнем сечении занимает, относительно близких сечений, незначительную часть изображения, поднятие сильно локализовано вокруг  $x = 0$ , близкие профили интенсивности имеют вид сильно размытых или же свёрнутых с очень большим бимом далёких профилей. Мерой их различия может выступить ширина поднятия на высоте, или же FWHM (full width at half maximum), делённая на истинную ширину джета. Эта величина очевидно уменьшается вдоль джета, в то время как сама FWHM изменяется незначительно. Мы объясняем это наличием центрального кора, пропорции которого мало изменяются с удалением от ядра. Таким образом, это модельнонезависимая особенность излучения. Для нас она интересна в первую очередь в силу связи между FWHM и измеренной шириной джета:

ширина джета в наблюдениях определяется как FWHM гауссианы, аппроксимирующей исходные данные. Таким образом, существует возможность, что вдали от ядра ширина джета из наблюдений может недооцениваться.

## 2.4 Нагрев как возможное объяснение уярчения к краю

В разделе 2.3.1 мы продемонстрировали, что оригинальные физические величины как в модели с линейными интегралами движения, так и в модели с замыканием тока, с разумными распределениями скоростей, недостаточны для воспроизведения оптически тонкого уярчения к краю, хотя оно наблюдается, например, для галактики M87 [22]. Модели, хорошо описывающие такое свойство джета как наличие центрального кора, требуют некоторой корректировки, наложения неких дополнительных условий для получения уярчения к краю в оптически прозрачном режиме. В этой части работы нам хотелось бы рассмотреть одну из таких возможных корректировок, которая не влияет на интегралы движения, то есть на построение исходных моделей.

Для начала нам хотелось бы вспомнить о росте концентрации к границе джета, который возникает в рамках модели с замыканием тока. Этот рост, появляясь в модели самосогласованным образом, не вручную, и предлагает идею возможной корректировки. Именно, если бы в модели возникали более выраженные подъёмы концентрации, то они вносили бы существенный вклад в коэффициент излучения в граничных областях джета и, следовательно, в саму интенсивность излучения.

Это наблюдение поднимает вопрос о том, каким образом можно было бы усилить поднятия концентрации. С одной стороны, для получения желаемого эффекта, было бы желательно подходящим образом изменить модельные интегралы движения, так, чтобы в результате области поднятия концентрации расширились, а сами поднятия были бы усилены. Такой способ не прямой, хотя и предпочтителен, так как в случае успешной модификации интегралов движения мы продолжаем работать с самосогласованной моделью.

С другой стороны, можно применить простой, но действенный способ для получения выраженных поднятий концентрации – добавить в вычисления эффект так называемого нагрева, то есть предположить, что в некоторых частях джета только доля частиц, включённых в рассчитанную в МГД концентрацию, ответственна за излучение. Чтобы использовать такое предположение, необходимо выбрать подходящую функцию и домножить на неё концентрацию, полученную из МГД, и получить новое, «нагретое» в некоторых областях, распределение частиц. Так как нет устоявшейся теории о том, какой наиболее вероятный вид должна иметь эта функция, предпочтительно выбрать её настолько простой, насколько это возможно, чтобы исследовать качественное влияние нагрева и избежать «оверфиттинга» – ситуации, когда с помощью большого набора параметров можно получить в моделировании сколь угодно хороший результат. В нашей работе мы выбрали для этих целей ступенчатую функцию с двумя параметрами,

$$f(r) = \begin{cases} k_1, & r < k_2 r_{\text{jet}}, \\ 1, & k_2 r_{\text{jet}} \leq r \leq r_{\text{jet}}, \end{cases} \quad (2.11)$$

$0 < k_{1,2} < 1$ . Такой выбор соответствует предложению, что нагрев происходит за счёт взаимодействия частиц джета с окружающей средой, так как в этом случае неустойчивости ведут к перезамыканию и нагреву плазмы как раз у границы джета. Разрывность

функции не влияет на качественный результат, но переход между двумя областями легко сгладить в случае необходимости.

Продемонстрируем возможные возникающие эффекты на выборке из  $k_{1,2}$  (2.6).

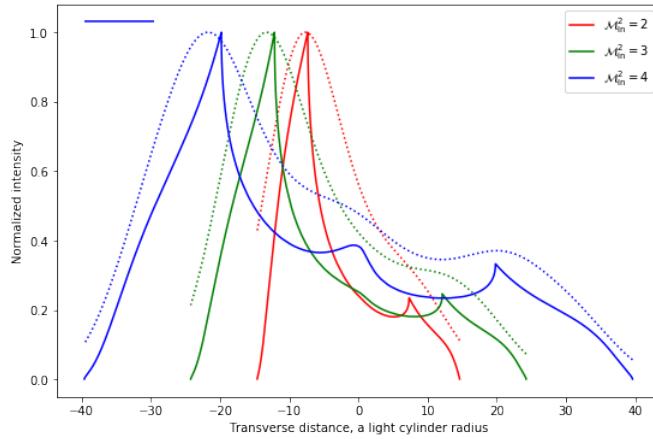
1. В начале, положим  $k_1 = 0.01$ ,  $k_2 = 0.5$  и рассмотрим зависимость от расстояния от ядра. На графиках мы видим острые теоретические пики, адекватно уширенные и сглаженные свёрткой, так что результат вычислений качественно соответствует наблюдаемым интенсивностям (см. графики в работах [1, 16]). Мы видим, что расстояние от ядра влияет на то, приводит нагрев к двугорбой или трёхгорбой структуре излучения, и чем более дальний срез рассматривается, тем более значимую роль играет центральный максимум. Этот эффект объясняется более сильными поперечными градиентами физических величин (при переходе от центрального кора к краям) в более удалённых от ядра областях джета.
2. Затем проварьируем  $k_2$ , сохраняя  $k_1 = 0.01$ . Мы видим, что расположение разрыва  $f(r)$ , определяемое  $k_2$ , в первую очередь влияет на то, насколько симметричным окажется профиль интенсивности. Если значение  $k_2$  выбрано довольно большим, различие в краевых поднятиях уменьшается, что лучше соответствует наблюдениям; это происходит из-за того, что при большом значении  $k_2$  влияние центрального кора подавляется в большей области.
3. Мы также проварировали  $k_1$ , положив при этом  $k_2 = 0.9$ , так как такое значение, как мы увидели ранее, приводит к разумной симметрии профиля интенсивности. Эта вариация определяет соотношение между амплитудами центрального и краевых поднятий. При этом полезно отметить, что, когда параметр  $k_2$  зафиксирован, существует предел того, насколько возможно «подавить» влияние центрального кора: полагая  $k_1 = 0$ , мы получаем минимально возможную интенсивность в центральной части джета.

Так как мы сделали только одно дополнительное предположение для получения подобных профилей интенсивности и так как это предположение основано на свойстве самосогласованной модели джета, мы приходим к выводу, что мы можем рассматривать такой механизм воспроизведения уярчения к краю как возможный.

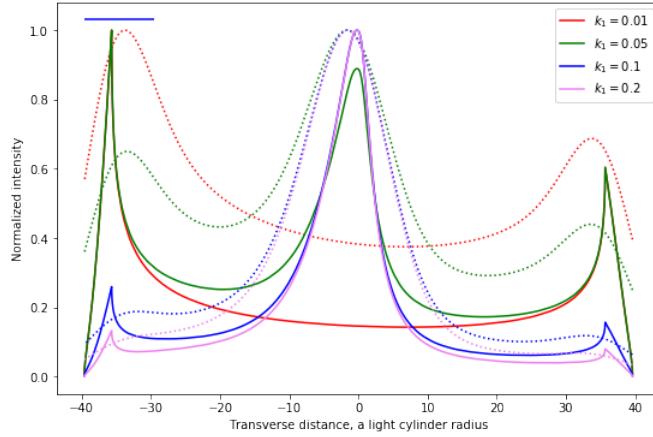
## 2.5 Объяснение перехода между одно- и двугорбым профилями интенсивности

В разделе 2.3.1 мы увидели, что воспроизведение уярчения к краю без дополнительных модификаций рассматриваемых моделей требует либо значительной оптической толщины, либо значительных скоростей. В этом разделе мы хотели бы обратить внимание на первую из данных возможностей: уярчение к краю исследуется для ЗС 273 в работе [8], где представлены наблюдения ЗС 273 на частотах 1.6 и 4.8 ГГц и спектральный индекс в центральной части джета положителен, следовательно, мы можем рассматривать полученные ранее оптически толстые уярчённые к краю профили интенсивности.

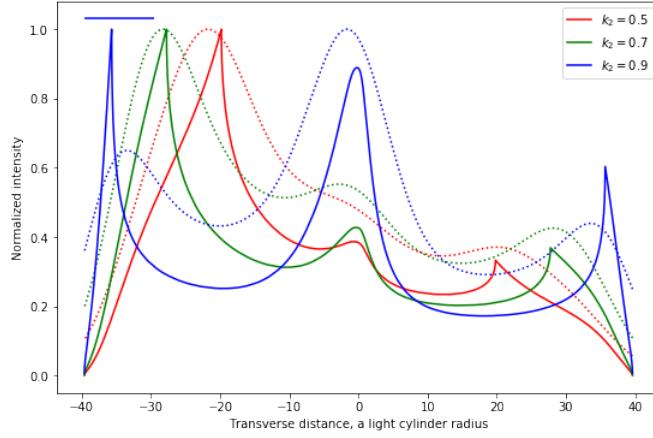
Интенсивности в ЗС 273, о которых говорится, обладают интересным свойством: в то время как профиль на 1.6 ГГц является двугорбым, профиль на 4.8 ГГц уярчён только в центре, другими словами, происходит переход между двумя различными картинами



(а) Зависимость нормированной спектральной интенсивности от расстояния от ядра с применением нагрева.



(б) Зависимость нормированной спектральной интенсивности от параметра  $k_1$ , определённого выражением 2.11.

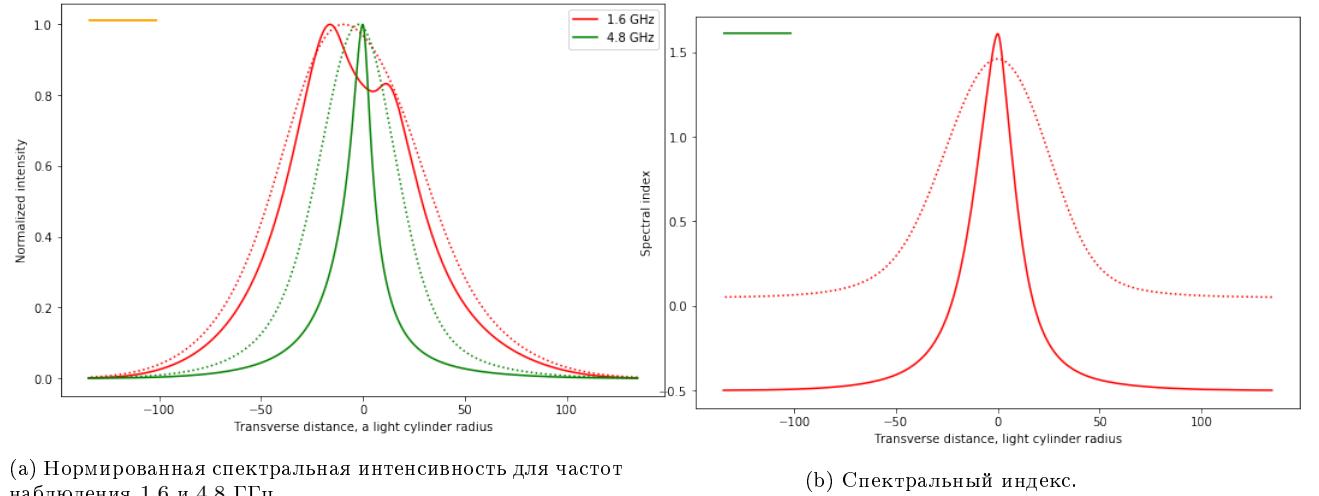


(с) Зависимость нормированной спектральной интенсивности от параметра  $k_2$ , определённого выражением 2.11.

Рис. 2.6: Зависимости с применением нагрева для модели с замыканием тока. Значения использованных параметров даны в таблице 2.1. Сплошные линии соответствуют теоретическим графикам, пунктирные – свёрнутым. Бим приведён в левом верхнем углу.

уярчения при изменении частоты наблюдения всего лишь в 3 раза. Мы заметили, что аналогичное свойство профилей интенсивности возникает и в нашей работе, по крайней мере качественно (рис. 2.1, 2.2, (а)): если профиль на 15 ГГц центрально-уярчён за счёт присутствия центрального кора, профили на 5 и 8 ГГц уярчены к краю, так как на этих частотах джет оказывается уже достаточно оптически толстым. Спектральный индекс в центральной части джета также положителен, то есть в обоих случаях наличие перехода скоррелировано с оптическим утолщением среды. Таким образом, отталкиваясь от этого сопоставления, мы решили исследовать множество имеющихся параметров и подобрать такие, чтобы смоделировать профили, близкие к наблюдаемым для 3С 273.

Мы выбрали частоты наблюдения 1.6 и 4.8 ГГц и угол наблюдения  $\theta = 5^\circ$ , как и предполагается в сопоставляемых наблюдениях, и протестировали выборку параметров замагниченности и расстояния от ядра. Для любого рассмотренного сочетания этих двух параметров, нам оставался для варьирования единственный параметр –  $B_L$ . Мы демонстрируем одну из полученных пар графиков (рис. 2.7), соответствующую  $\sigma_M = 10$  и  $M_{in} = 6.72$ ;  $R_L = 0.008$  пк оставался зафиксированным и  $\Psi_0$  подобран как  $9 \cdot 10^{33}$  Гс · см<sup>2</sup>. На изображении мы видим центрально-уярчённый профиль на 4.8 ГГц и двугорбый профиль на 1.6 ГГц. Дополнительно, спектральный индекс в центре положителен. Однако, поднятия довольно узкие и в данном случае поглощены в результате свёртки, тем не менее, мы можем сказать, что качественно получили искомую особенность. Таким образом, мы хотели бы заключить, что влияние центрального кора, появляющегося в стратифицированных моделях джетов, находится в согласии с наблюдениями 3С 273.



(a) Нормированная спектральная интенсивность для частот наблюдения 1.6 и 4.8 ГГц.

(b) Спектральный индекс.

Рис. 2.7: Воспроизведение перехода от одногорбого к двугорбому профилю для модели с замыканием тока.

# Глава 3

## Оценка внутренних параметров джета с использованием спектрального индекса

Одной из ключевых задач численного моделирования релятивистских джетов является оценка каких-либо параметров модели джета в сопоставлении с наблюдениями, с опорой на «надёжные», вызывающие доверие паттерны в структуре излучения, возникающие и в моделировании, и в наблюдениях. Например, для такого оценивания хотелось бы ориентироваться в первую очередь на двух- или трёхгорбую структуру интенсивности излучения или спектрального индекса, которые, как мы увидели в предыдущей главе, воспроизводятся в рамках стратифицированных моделей джета.

При этом, пытаясь оценить какие-либо из параметров джета, в первую очередь интересно сравнить полученные результаты с другими, независимыми друг от друга оценками тех же параметров. Согласованность таких оценок свидетельствует в пользу адекватности рассматриваемых моделей и подобранных при моделировании тех параметров, которые в данный момент не оцениваются.

В данной части нашей работы мы опишем предложенный нами способ оценки параметров струйного выброса. Он основан на наличии в рассматриваемых моделях центрального кора, что приводит к центральному уплощению моделируемого спектрального индекса. Кроме того, центральный кор сохраняет приблизительно одинаковую ширину вдоль джета, как и поднятие спектрального индекса в наблюдениях – это мы также можем рассматривать как указание на то, что возникающий эффект связан именно со стратификацией физических величин в джете. Поэтому, предполагая, что центральное поднятие спектрального индекса, возникающее в наблюдениях, также связано с центральным кором, мы сопоставляем поднятия спектрального индекса в наблюдениях и в моделировании с помощью следующего алгоритма.

### 3.1 Описание алгоритма оценки параметров джета для одного среза

Алгоритм представляет собой тройной цикл, в котором профили интенсивности пересчитываются для получения соответствия спектральных индексов следующим образом.

1. Сперва мы выбираем пробное значение числа Маха, задающего срез джета, и определяем приближённое значение индекса  $p$  в распределении электронов по энергиям, характеризуемом Лоренц-фактором  $\gamma$ ,  $dn = k_e \gamma^{-p} d\gamma$ , пользуясь его связью со спектральным индексом в оптически прозрачной среде,  $\alpha = (1 - p)/2$ .
2. Затем для выбранного среза мы определяем значение параметра  $B_L = \Psi_0/R_L^2$ , дающее такую оптическую толщину среды, которая обеспечивает совпадение максимумов центральных поднятий спектрального индекса. Здесь мы учитываем, что физические величины в расчётах зависят от радиуса светового цилиндра и полного магнитного потока именно в виде такой комбинации, а не по отдельности. Это позволяет рассмотреть все возможные ситуации оптической толщины только варьированием  $B_L$ .
3. Получив совпадение максимумов, мы проверяем, близки ли значения полувысоты поднятия; для уменьшения их расхождения мы соответствующим образом обновляем  $p$  и повторяем процедуру. Теперь мы можем рассмотреть FWHM. Если значения недостаточно близки, то мы соответствующим образом обновляем число Маха.
4. Описанная процедура позволяет воспроизвести амплитуду и ширину поднятия спектрального индекса. Мы рассматриваем близость этих значений в качестве метрики для характеристики близости центральных поднятий; нами предпочтён метод, использующий именно такую метрику, так как он последователен и алгоритмичен, на каждом шаге вычислений однозначно определено направление эволюции используемых параметров. Выбор оптимального среза так, как было описано, позволяет нам определить значение  $R_L$  из равенства FWHM, что, вместе с определённым ранее значением  $B_L$ , позволяет определить и значение  $\Psi_0$ .

С использованием псевдокода алгоритм выглядит так (алг. 1).

Здесь  $\epsilon_{1,2,3}$  – пороговые значения, характеризующие степень близости рассматриваемых характеристик. Понятно, что чем меньшими они выбраны, тем точнее результат вычислений, но тем большее время занимает проведение расчётов.

Для обновления значений  $M_{in}^2$ ,  $p$ ,  $\Psi_0$  мы пользуемся методом дихотомии, последовательно приближаясь к наиболее оптимальному значению. При этом для диапазона  $M_{in}^2$  у нас имеется естественное ограничение в виде набора срезов, которые мы рассматриваем при запуске алгоритма; для  $p$  и  $\Psi_0$  же мы добавили возможность расширить отрезок, внутри которого осуществляется бинарный поиск нужного значения.

Отдельно подчеркнём, что описанный способ оценивания параметров позволяет снять вырождение, заключающееся в зависимости физических величин именно от  $B_L$ : мы имеем возможность оценить как радиус светового цилиндра, так и полный магнитный поток.

## 3.2 Пример результата работы алгоритма – визуализация

Приводим пример вывода программы (рис. 3.1). На данном изображении представлен формат вывода, в котором, помимо самих исходных и смоделированных профилей

---

**Algorithm 1** Алгоритм оценки параметров джета для одного среза

---

```

1:  $\mathcal{M}_{\text{in}}^2 \leftarrow (\mathcal{M}_{\text{in}}^2)_{\text{init}}$ 
2:  $p \leftarrow p_{\text{init}}$ 
3:  $\Psi_0 \leftarrow (\Psi_0)_{\text{init}}$ 
4: while  $\text{flag\_for\_solution} = 0$  do
5:   Calculate spectral index profile  $\alpha$ 
6:   if  $|\max(\alpha) - \max(\alpha_{\text{data}})| > \varepsilon_1$  then
7:      $\Psi_0 \leftarrow (\Psi_0)_{\text{new}}$ 
8:   else
9:      $\alpha_{\text{halfmax}} \leftarrow (\max(\alpha) - \min(\alpha))/2$ 
10:    if  $|\alpha_{\text{halfmax}} - \alpha_{\text{halfmax,data}}| > \varepsilon_2$  then
11:       $p \leftarrow p_{\text{new}}$ 
12:    else
13:      if  $|FWHM - FWHM_{\text{data}}|/FWHM_{\text{data}} > \varepsilon_3$  then
14:         $\mathcal{M}_{\text{in}}^2 \leftarrow (\mathcal{M}_{\text{in}}^2)_{\text{new}}$ 
15:      else
16:         $\text{flag\_for\_solution} \leftarrow 1$ 
17:        Estimate  $R_L$  equating FWHMs
18:      end if
19:    end if
20:  end if
21: end while

```

---

спектрального индекса, указываются использованные и оцененные значения параметров, значения максимумов, полумаксимумов и FWHM сопоставляемых профилей, их близость, для FWHM указана относительная близость значений в процентах.

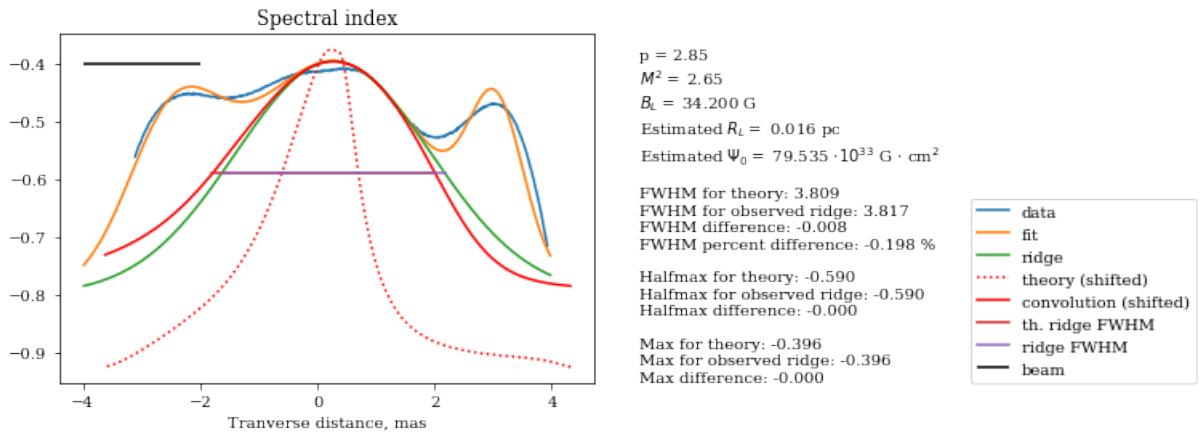


Рис. 3.1: Пример вывода программы для оценки  $R_L$  и  $\Psi_0$ .

Визуализация позволяет оценить качество полученного результата. Не все изображения, которые возникают при оценке, напоминают приведённое на рис. 3.1. Для сравнения рассмотрим пример на рис. 3.2. На этом изображении центральное поднятие спектрального индекса, соответствующее наблюдательным данным, интуитивно кажется неправильным; тем не менее, оно корректно, так как получено из представления

профиля спектрального индекса в виде суммы трёх гауссиан. Визуализация позволяет иметь в виду подобные эффекты.

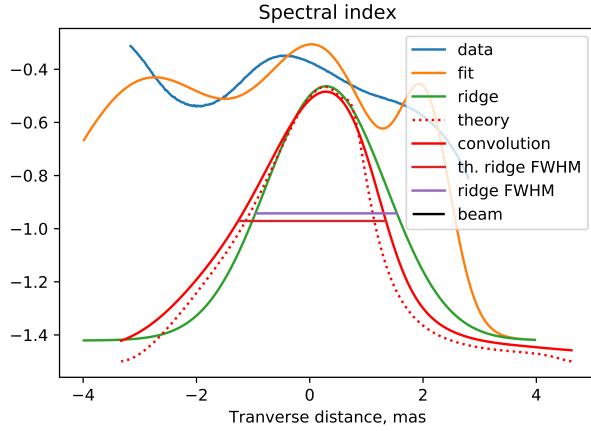


Рис. 3.2: Пример вывода программы для оценки  $R_L$  и  $\Psi_0$ , где интуитивное представление о центральном поднятии не соответствует вычисленному.

### 3.3 Источники ошибок при оценке параметров

Понятно, что предложенный нами алгоритм пока не может предоставить точного результата, и мы считаем правильным обращать внимание на порядок полученных величин, а не на конкретные значения. В этом разделе мы хотели бы указать некоторые из факторов, от которых может зависеть точность полученной оценки и которые ограничивают применение предложенного метода.

Во-первых, на точность оценки влияет то, корректно ли совмещены границы струйного выброса для моделируемых и наблюдаемых профилей интенсивности и спектрального индекса. В частности, полученная из наблюдений ширина струйного выброса может недооцениваться из-за малой интенсивности по краям, так как определяется с помощью аппроксимации профиля гауссианами. Кроме того, ширина джета, полученная в измерениях, в целом не является «стабильной» зависимостью (см. в качестве пояснения, например, зависимость ширины джета в M87 от расстояния от ядра в наблюдениях из работы [27]; кроме того, сильно немонотонное поведение этой зависимости исследуется и в готовящейся работе [22], являющейся источником наблюдательных данных для нашей оценки параметров джета). Хотя на больших масштабах измеренная ширина правильно отражает необходимый тренд – очевидно, ширина джета должна становиться тем больше, чем дальше располагается рассматриваемый срез – на небольших масштабах поведение этой зависимости сильно немонотонно. Это значительно ухудшает качество оценки параметров – нельзя с уверенностью утверждать, какие значения ширины более надёжны и определены точнее по результатам обработки наблюдательных данных, а какие менее точны из-за ошибок измерений или особенностей обработки. Вдобавок, уточнение значений ширины джета привело бы к модификации и используемого для проведения конволюции размера бина, который также влияет на результат.

Поведение ширины джета, о котором идёт речь, также позволяет предположить способ получения более устойчивой оценки. Поскольку определяемые в ходе работы алго-

ритма параметры, радиус светового цилиндра и полный магнитный поток, не зависят от среза, то можно было бы улучшить оценку за счёт проведения большого количества вычислений на различных расстояниях от ядра и их усреднения. Такой метод, однако, требует хорошего понимания того, какие ошибки измерений и неточности обработки возможны: ключевым моментом является понимание того, приводят ли эти ошибки к тому, что статистически ширина джета недооценивается или переоценивается равновероятно и в равной степени. Подобное допущение о природе ошибок наблюдений и их обработки лежит в основе корректности взятия среднего. Кроме того, для использования такого метода требуется оценить, является ли разумным время работы алгоритма на необходимом объёме входных данных.

Во-вторых, аккуратное воспроизведение особенностей излучения на краях выброса может сдвинуть получаемую оценку: в данных вычислениях мы обращаем внимание только на вклад центрального кора. С одной стороны, в дальнейшем мы, безусловно, планируем улучшить качество воспроизведения этих особенностей; с другой стороны, не все из подобных эффектов являются истинными. Так, в [22] обсуждается, что краевые поднятия спектрального индекса, которые мы можем видеть для data-графика на рис. 3.1, скорее всего, являются артефактами картографирования.

В-третьих, в работе [22], на данных из которой базируется наша работа, рассматриваются обнаруженные в наблюдениях плазменные нестабильности, которые также дают вклад в спектральный индекс. Это явление никаким образом не включено в моделирование, поэтому является ещё одним потенциальным источником расхождения.

В-четвёртых, мы увидели ранее, обратив внимание на визуализацию работы алгоритма, что далеко не всегда интуитивное представление о центральном поднятии спектрального индекса соответствует вычисленному. Понятно, что такой эффект приводит к неточностям, но на данном этапе мы сохранили вычисление центрального поднятия из профиля спектрального индекса через сумму трёх гауссиан, так как по крайней мере оно осуществляется алгоритмически.

Таким образом, имеется большое число эффектов, которые влияют или могут влиять на спектральный индекс, но которые пока нами не рассмотрены в полной мере.

### 3.4 Обобщение алгоритма на множество срезов джета

Как мы отметили в предыдущем разделе, представленный алгоритм естественным образом обобщается на множество срезов джета, позволяя получить более устойчивую оценку: именно, алгоритм для одного среза можно применить к набору срезов, а результаты вычислений – усреднить. Такой способ неявно использует некоторые предположения о наблюдательных данных. Так, раз истинное значение радиуса светового цилиндра оценивается как выборочное среднее, то предполагается, что ошибка при его определении (а значит, ошибка про определении FWHM и ширины джета в наблюдениях) имеет симметричное распределение или хотя бы распределение с нулевым средним, иначе оценка была бы смещённой. Действительно, случайная величина, с которой мы работаем, имеет вид  $w + \sigma$ , где  $w = \text{const}$ ,  $\sigma$  – ошибка, тогда выборочное среднее для неё тогда записывается как

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (w + \sigma_i) = w + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sigma_i, \quad (3.1)$$

и для его сходимости к  $w$  необходимо, чтобы выборочное среднее  $\sigma$  сходилось к нулю. Вне каких-либо экстремальных условий, для большинства распределений это означает нулевое математическое ожидание. Такое предположение кажется нам адекватным, так как ошибки измерений часто распределены нормально с нулевым математическим ожиданием; чтобы применить это предположение, мы должны ассоциировать ошибку при оценке ширины джета с неточностями картографирования.

При этом, в действительности мы не можем исключить наличие и систематических ошибок; мы можем лишь попытаться исключить возникшие погрешности. Некоторые потенциальные ошибки, приводящие к смещению оценки, мы обсудили в разделе 3.3; тем не менее, на данном этапе мы можем лишь иметь в виду эти трудности, но не можем чётко установить, какие из них на самом деле вносят свой вклад и, главное, как его оценить.

### 3.5 Результаты работы обобщённого алгоритма и анализ ошибок

В условиях ограниченного вычислительного ресурса, связанного с необходимостью многократного решения уравнения переноса излучения, мы провели вычисления с использованием обобщённого алгоритма с невысокой точностью ( $\varepsilon_{1,2,3} = 0.1$ ); поэтому нас в первую очередь интересовала степень разброса значений, которая при этом возникает. Это позволит нам проанализировать применимость подобного алгоритма.

Рассмотренное количество срезов –  $n = 150$ .

Рассмотрим сперва гистограммы полученных значений (рис. 3.3 для количества ячеек  $k = 10$  и рис. 3.4 для  $k = 100$ ).

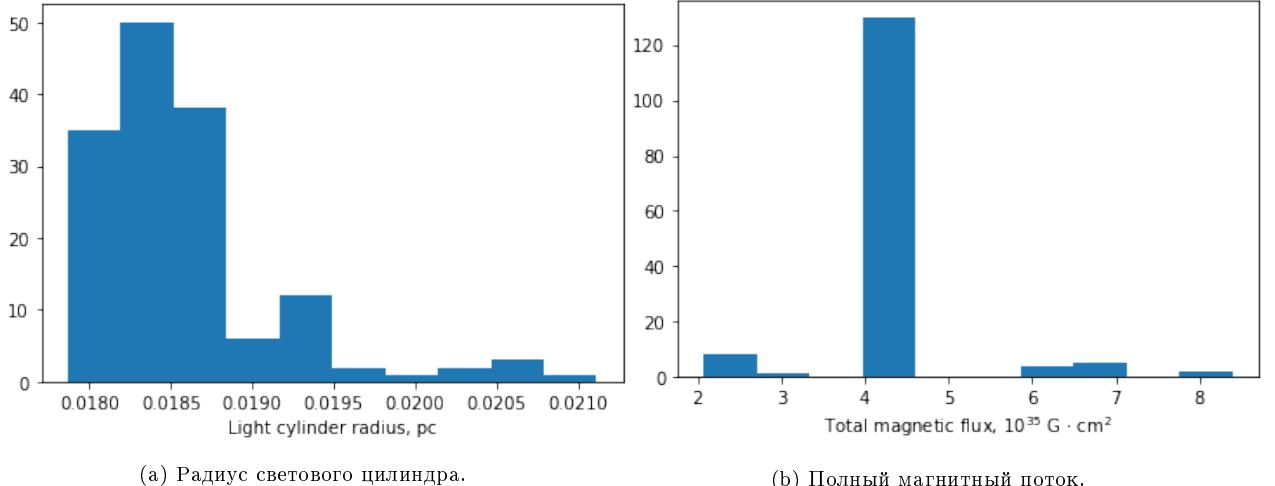


Рис. 3.3: Гистограммы значений внутренних параметров джета, полученных с помощью алгоритма, обобщённого для нескольких срезов, для количества ячеек  $k = 10$ .

Мы видим, что оба распределения полученных значений являются унимодальными, но их предполагаемая симметрия, заложенная в основу использованного метода вычислений, вызывает вопросы. Это подтверждается при попытке аппроксимировать полученные распределения нормальными с теми же значениями математического ожидания и дисперсии, что для значений из выборки (рис. 3.5, здесь количество ячеек

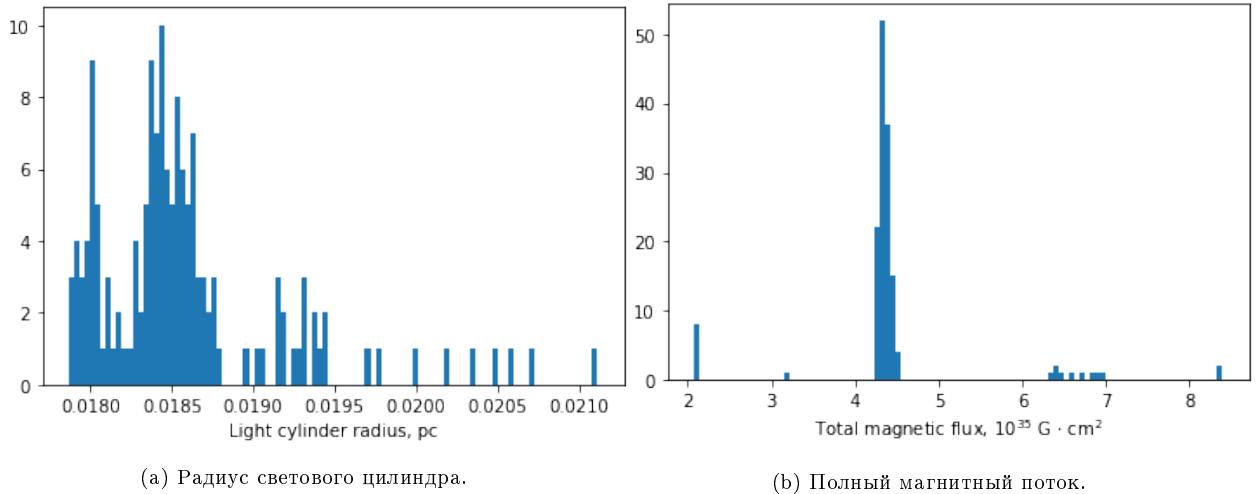


Рис. 3.4: Гистограммы значений внутренних параметров джета, полученных с помощью алгоритма, обобщённого для нескольких срезов, для количества ячеек  $k = 100$ .

$k = 20$ ). Подчеркнём, что, как мы обсудили в предыдущем разделе, нормальное распределение не является исключительной возможностью и рассмотрение лишь нормального распределения является упрощением, тем не менее, нормальная аппроксимация позволяет увидеть, выполняются ли некоторые необходимые свойства, например, совпадает ли мода с математическим ожиданием, и оценить симметрию распределения.

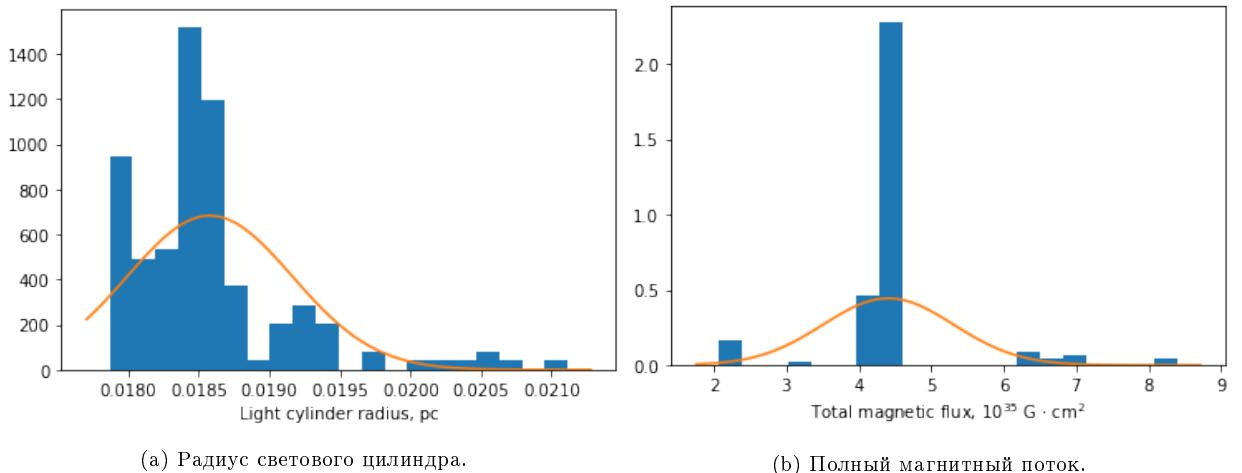


Рис. 3.5: Гистограммы значений внутренних параметров джета, полученных с помощью алгоритма, обобщённого для нескольких срезов, нормированные как плотность распределения. Количество ячеек –  $k = 20$ . Приведены графики нормального распределения с теми же значениями математического ожидания и дисперсии, что и для полученных данных.

При этом при рассмотрении гистограмм видно, что значения полного магнитного потока хорошо сгруппированы вокруг статистических средних, если исключить некоторые выбивающиеся из общего тренда, удалённые от среднего значения. При их исключении из обеих выборок распределения нормализуются (рис. 3.6, здесь количество ячеек  $k = 20$ , объём усечённой выборки  $n = 130$ ). Для полного магнитного потока соответствие между выборочными значениями и нормальной аппроксимацией хорошее; для радиуса светового цилиндра исключение выбивающихся значений избавило распределение

от одного из тяжёлых «хвостов»; математические ожидания соответствуют модам. Таким образом, хотя аппроксимация нормальным распределением не оказывается точной, распределение полученных значений, на наш взгляд, свидетельствует об адекватности использования описанного нами метода для получения оценки параметров.

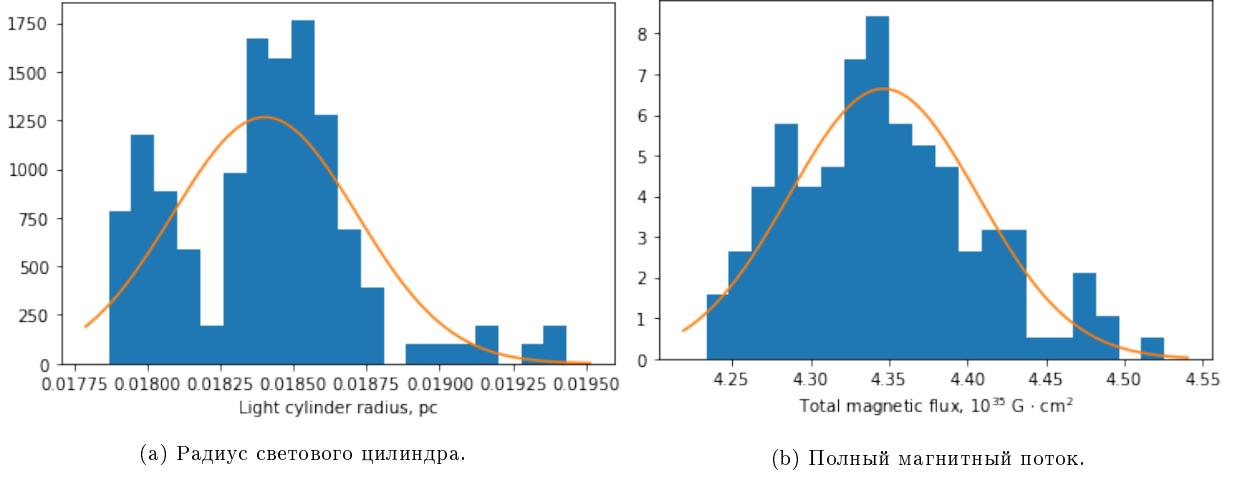


Рис. 3.6: Гистограммы значений внутренних параметров джета, полученных с помощью алгоритма, обобщённого для нескольких срезов, нормированные как плотность распределения. Количество ячеек –  $k = 20$ . Исключены выбывающие из общего тренда значения. Приведены графики нормального распределения с теми же значениями математического ожидания и дисперсии, что и для полученных данных.

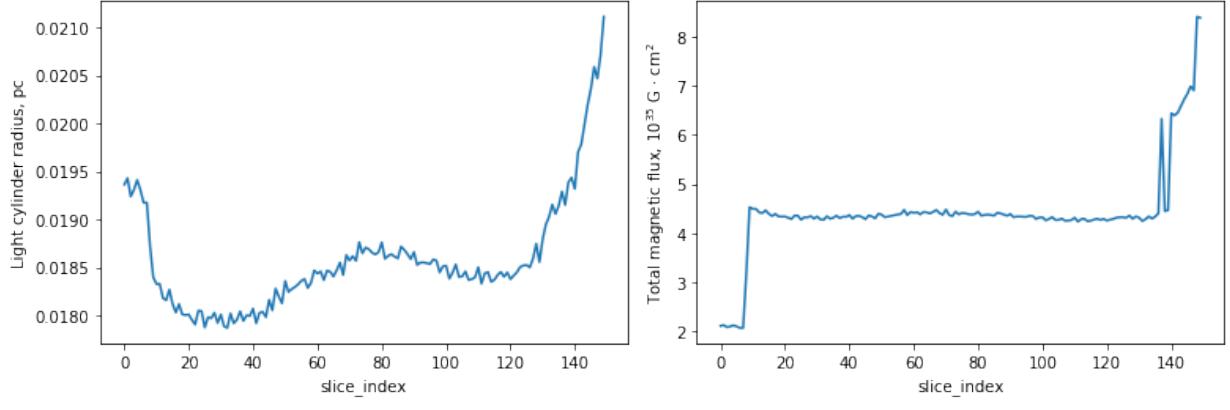
Мы выяснили и ключевую причину возникновения отклоняющихся от общего тренда значений. Для этого мы рассмотрели зависимости искомых параметров от среза, на котором происходит оценивание (рис. 3.7). На приведённом изображении чётко видно, что имеется упорядоченный набор срезов, на котором алгоритм выдаёт стабильный результат, и имеются два других набора, на которых происходят отклонения (отметим, что то, что в данной выборке они оказались «краевыми», не является закономерностью). Обнаружив такую зависимость, мы изучили подробнее визуализации для срезов со стабильной и нестабильной оценками параметров. Оказалось, что для случаев нестабильного, сильно отклоняющегося оценивания характерно неудачное, низкокачественное соответствие между наблюдаемым профилем спектрального индекса и вычисленным для него центральным поднятием – мы обсуждали эту проблему в разделах 3.2 и 3.3. Таким образом, мы видим, что ключевая задача для улучшения работы алгоритма – поиск способа более качественного «вычленения» центрального поднятия.

Наконец, сравним на примере одного из срезов результаты вычислений для  $\varepsilon_{1,2,3} = 0.1$  и для  $\varepsilon_{1,2,3} = 0.01$  (таблица 3.1).

Точность	$R_L$ , пк	$\Psi_0, 10^{33} \text{ Гс} \cdot \text{см}^2$
0.1	0.0194	2.115
0.01	0.0192	2.400

Таблица 3.1: Пример работы алгоритма на одном и том же срезе джете, но с различной точностью.

Мы видим, что улучшение точности каждого из трёх пороговых параметров в 10 раз улучшило результат на 1 и 13 процентов для радиуса светового цилиндра и полного



(a) Радиус светового цилиндра.

(b) Полный магнитный поток.

Рис. 3.7: Зависимость значений внутренних параметров джета, полученных с помощью алгоритма, обобщённого для нескольких срезов, от среза (срезы в программе пронумерованы).

магнитного потока соответственно. Хотя мы рассмотрели таким образом лишь один срез, это иллюстрирует приемлемость заданной точности вычислений, дополнительно учитывая, насколько такое повышение точности повышает и время вычислений.

### 3.6 Результаты оценки параметров

Итоговые результаты оценки радиуса светового цилиндра и полного магнитного потока мы приводим в таблице 3.2.

Характеристика	$R_L$ , пк	$\Psi_0$ , $10^{35}$ Гс · см $^2$
Выборочное среднее	0.0186	4.410
Выборочное среднее для усечённой выборки	0.0184	4.347
Выборочная дисперсия	$3.44 \cdot 10^{-7}$	0.814
Выборочная дисперсия для усечённой выборки	$10^{-7}$	0.004
$3\sigma$ - доверительный интервал	(0.0168, 0.0203)	(1.703, 7.116)
$3\sigma$ - доверительный интервал для усечённой выборки	(0.0175, 0.0194)	(4.166, 4.528)

Таблица 3.2: Результаты оценки  $R_L$  и  $\Psi_0$  с помощью обобщённого алгоритма.

Здесь дополнительно обратим внимание на то, как исключение лишь малого числа выбывающихся значений улучшило качество оценок.

Полученное таким образом значение радиуса светового цилиндра  $R_L \approx 0.0184$  пк согласуется со значениями, полученными другими способами. Так, в таблице 3.3 приведём данные из работы [25]. В работе для рассмотренного нами значения  $\sigma_M = 20$  получена оценка  $R_L = 0.008$  пк – хотя и различающиеся в несколько раз, это величины одного порядка. Значение же полного магнитного потока  $\Psi_0 \approx 4.35 \cdot 10^{35}$  Гс · см $^2$  превосходит сопоставляемое  $\Psi_0 = 2.9 \cdot 10^{33}$  Гс · см $^2$  на два порядка; тем не менее, есть работы, где порядок полного магнитного потока выше  $10^{33}$  Гс · см $^2$  (например, [33]).

Кроме того, проведём следующую оценку. Согласно [2], мощность джета можно оценить с помощью выражения

$$W_j \propto c \left( \frac{\Psi_0}{\pi R_L} \right)^2. \quad (3.2)$$

Подставив полученные значения, получим порядок  $10^{47}$  эрг/с, в то время как согласно [10] ожидаемый порядок –  $10^{42}$  эрг/с.

$\sigma_M$	$R_L$ , пк	$\Psi_0, 10^{33} \text{ Гс} \cdot \text{см}^2$
5	0.018	2.9
10	0.012	2.8
20	0.008	2.9

Таблица 3.3: Результаты оценки  $R_L$  и  $\Psi_0$  из работы [25].

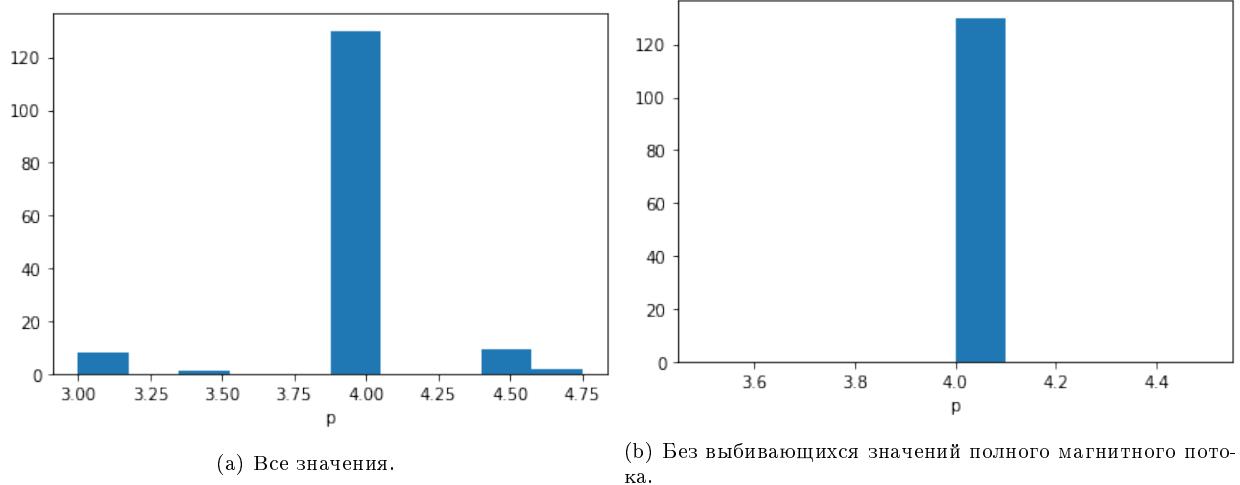


Рис. 3.8: Гистограммы полученных значений спектрального индекса  $p$  из распределения частиц по энергиям 1.

Сравнивая же с типичными значениями полного магнитного потока в предыдущей главе нашей работы, стоит учесть, что здесь использовались и другие значения спектрального индекса  $p$  в распределении частиц по энергиям 1: вместо использованного нами ранее в качестве стандартного значения  $p = 2$  здесь средним оказывается  $p \approx 3.94$ , причём на отдельных срезах значение может достигать  $p = 4.75$  (см. рис. 3.8). Кроме того, исключив значения, соответствующие выбывавшимся для полного магнитного потока значениям, мы видим, что  $p$  оценивается как  $p = 4$ .

Таким образом, в результате оценивания внутренних параметров джета мы получили разумные значения радиуса светового цилиндра и полного магнитного потока, хотя полный магнитный поток и оказался выше, чем ожидалось, – тем не менее, нам ещё предстоит исследовать, насколько точен предложенный метод. Помимо этого, мы увидели, что возникающее значение спектрального индекса  $p$  отлично от того, какое мы использовали в моделировании до этого в качестве условного параметра, а также разобрались, в чём на данный момент заключается основной источник ошибок в работе алгоритма.

# Заключение

Сформулируем результаты, полученные нами в работе, а также обозначим ориентиры для нашей дальнейшей работы.

В нашей работе мы привели результаты численного моделирования релятивистских джетов для двух неоднородных моделей, в совокупности отражающих наиболее общепринятые представления о внутренней структуре джетов. Это модель с линейными интегралами движения и модель с замыканием тока. Так как мы исследовали влияния стратифицированной структуры джета на интенсивность синхротронного излучения с самопоглощением, мы предполагали, что вся плазма в джете является релятивистской и излучает согласно одному и тому же распределению по энергиям. Процесс моделирования мы обсудили в главе 1.

Глава 2 была посвящена основным результатам моделирования. В ней обсуждались следующие результаты.

1. Мы объяснили полученные нами поперечные профили спектральной интенсивности и исследовали возможность воспроизведения уярчения к краю. Именно, мы увидели, что обе рассмотренные модели воспроизводят данный эффект для достаточно оптически толстой среды, но не воспроизводят его в оптически прозрачном режиме, в котором уярчение к краю также наблюдается, без дополнительных предположений таких, как нагрев.
2. Для относительно небольшого значения параметра замагнченности ( $\sigma_M = 20$ ) мы получили качественно одни и те же профили интенсивности для модели с линейными интегралами, для которой Лоренц-фактор растёт к границе джета, и модели с замыканием тока, для которой скорость на границе джета, напротив, равна нулю; мы не обнаружили в этом случае эффекта дебустинга и уярчения к краю вследствие него. Это означает, что стратификация скоростей для небольших замагнченностей может не играть существенной роли. С другой стороны, для большего значения замагнченности ( $\sigma_M = 50$ ) мы получили трёхгорбый профиль интенсивности для модели с замыканием тока благодаря как дебустингу нерелятивистских частиц, так и росту концентрации излучающих частиц к границе джета. Таким образом, в рамках модели с замыканием тока мы можем ожидать эффект уярчения к краю для сильно замагнченных выбросов, при этом имеются указания на высокую замагнченность [26]; этот эффект не возникает в модели с линейными интегралами движения.
3. Для обеих моделей в случаях, когда джет не является оптически толстым, мы видим доминантный вклад в излучение от центрального кора. Наличие центрального кора предсказывается аналитически и в численном моделировании, и его существование является устойчивым результатом МГД-моделирования. Центральный

кор характеризуется наибольшими по срезу джета значениями магнитного поля и концентрации, что означает и наибольшие значения коэффициента излучения. В центральном коре значения Лоренц-фактора невысоки, так как в коре преобладает энергия частиц и потому плазма в нём не ускоряется. Эти два фактора и приводят к наибольшей интенсивности на срезе именно в центральной области, что не согласуется с наблюдениями. Может быть два объяснения такого расхождения. Во-первых, имеется возможность, что механизм нагрева плазмы, являющийся одним из наименее точных, определённых аспектов при моделировании, приводит к тому, что центральный кор, в отличие от краёв джета, не «нагрет». В таком случае, результат нашего моделирования, основанный на устойчивой особенности МГД-моделей, может предложить некоторые ограничения на механизм нагрева плазмы в джетах. Во-вторых, объяснение может быть связано с вращением джета. Для высокой угловой скорости джета (для большого спина центральной чёрной дыры) радиус светового цилиндра, определяющий размеры центрального кора ( $r_{\text{core}}$  имеет величину порядка нескольких  $R_L$ ), должен быть намного меньше, чем радиус джета. В этом случае центральное поднятие в излучении может быть слажено свёрткой с большим бимом, но не подавлено.

4. Модели с добавлением нагрева в краевых областях джета воспроизводят наблюдаемое уярчение к краю. Такая форма нагрева предполагает, что он связан с взаимодействием джета с внешней средой, именно, с перезамыканием и нагревом плазмы за счёт неустойчивостей. С учётом вклада от центрального кора это может объяснить трёхгорбую структуру из наблюдений, показанную, например, в работе [14].
5. Мы обнаружили также, что центральный кор может приводить к появлению оптически толстой области в джете с оптически тонкими краями. Это может объяснить наблюдаемый эффект перехода от одногорбого к двугорбому профилю интенсивности, исследования которого в наблюдениях приведены в работе [8]. В частности, для параметров наблюдения галактики 3C 273 из этой работы, мы воспроизвели этот эффект, используя разумные значения полного магнитного потока в джете. На меньшей частоте 1.6 ГГц центральный кор является оптически толстым, что проявляется в провале в интенсивности с возникновением двух подъёмов. На большей частоте 4.8 ГГц центральный кор оптически прозрачен и, соответственно, профиль интенсивности центрально-ярчён. Таким образом, мы ассоциируем эффект перехода от одного профиля интенсивности к другому с наличием центрального кора в джете. Однако, в этом случае наблюдаемое излучение сконцентрировано в более узкой области, чем в наблюдениях, речь идёт не о всей ширине джета, но о центральной области, чьи размеры составляют два порядка величины  $R_L$ . Исследование того, видим ли мы в наблюдениях весь джет или лишь его часть, представляет собой один из интересов для нашей дальнейшей работы.

В главе 3 мы в рамках модели с замыканием тока провели оценку внутренних параметров джета – радиуса светового цилиндра и полного магнитного потока в джете. Мы привели алгоритмы оценки этих параметров для одного среза и для множества срезов джета. Основной алгоритм основан на наличии в рассматриваемых моделях центрального кора (поэтому в данном случае предпочтение модели с замыканием тока, а не модели с линейными интегралами движения не является принципиальным), и в его рамках мы описываем способ сопоставления профилей наблюдаемого и моделируемого

спектральных индексов по центральному поднятию, которое мы и ассоциируем с наличием центрального кора. В рамках же обобщённого алгоритма производится усреднение результатов основного для набора срезов; мы обсуждаем применимость такого метода и спектр ошибок и неточностей, которые влияют на результаты оценивания. Полученные значения радиуса светового цилиндра согласованы с оцененными в работе [25]; значения полного магнитного потока же оказываются на два порядка выше, но это отклонение не является экстремальным. Помимо этого, мы получили оценку спектрального индекса  $p$  для распределения частиц по энергиям. В дальнейшем мы надеемся модифицировать наш алгоритм с целью повысить точность его работы и включить в рассмотрение большее число эффектов, влияющих на спектральный индекс. При этом мы выяснили, что наша основная задача для повышения точности работы алгоритма – улучшение метода вычисления профиля центрального поднятия по профилю наблюдаемого спектрального индекса.

# Литература

- [1] K. Asada, M. Nakamura, and H.-Y. Pu. Indication of the Black Hole Powered Jet in M87 by VSOP Observations. *The Astrophysical Journal*, 833(1):56, Dec. 2016.
- [2] V. S. Beskin. Magnetohydrodynamic models of astrophysical jets. *Physics Uspekhi*, 53(12):1199–1233, Dec. 2010.
- [3] V. S. Beskin, A. V. Chernoglazov, A. M. Kiselev, and E. E. Nokhrina. On the internal structure of relativistic jets collimated by ambient gas pressure. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 472(4):3971–3978, Dec 2017.
- [4] V. S. Beskin and E. E. Nokhrina. The effective acceleration of plasma outflow in the paraboloidal magnetic field. *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 367:375–386, Mar. 2006.
- [5] V. S. Beskin and E. E. Nokhrina. On the central core in MHD winds and jets. *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 397:1486–1497, Aug. 2009.
- [6] R. Blandford, D. Meier, and A. Readhead. Relativistic Jets from Active Galactic Nuclei. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 57:467–509, Aug. 2019.
- [7] R. D. Blandford and J. P. Ostriker. Particle acceleration by astrophysical shocks. *The Astrophysical Journal Letters*, 221:L29–L32, Apr. 1978.
- [8] G. Bruni, J. L. Gómez, L. Vega-García, A. P. Lobanov, A. Fuentes, T. Savolainen, Y. Y. Kovalev, M. Perucho, J. M. Martí, P. G. Edwards, L. I. Gurvits, M. M. Lisakov, A. B. Pushkarev, and K. V. Sokolovsky. RadioAstron reveals a spine-sheath jet structure in 3C 273. *arXiv e-prints*, page arXiv:2101.07324, Jan. 2021.
- [9] K. Chatterjee, M. Liska, A. Tchekhovskoy, and S. B. Markoff. Accelerating AGN jets to parsec scales using general relativistic MHD simulations. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 490(2):2200–2218, Sep 2019.
- [10] Event Horizon Telescope Collaboration. First M87 Event Horizon Telescope Results. V. Physical Origin of the Asymmetric Ring. *The Astrophysical Journal Letters*, 875(1):L5, Apr. 2019.
- [11] V. L. Ginzburg and S. I. Syrovatskii. Cosmic Magnetobremssstrahlung (synchrotron Radiation). *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 3:297, Jan. 1965.
- [12] G. Giovannini, T. Savolainen, M. Orienti, M. Nakamura, H. Nagai, M. Kino, M. Giroletti, K. Hada, G. Bruni, Y. Y. Kovalev, J. M. Anderson, F. D’Ammando, J. Hodgson,

- M. Honma, T. P. Krichbaum, S. S. Lee, R. Lico, M. M. Lisakov, A. P. Lobanov, L. Petrov, B. W. Sohn, K. V. Sokolovsky, P. A. Voitsik, J. A. Zensus, and S. Tingay. A wide and collimated radio jet in 3C84 on the scale of a few hundred gravitational radii. *Nature Astronomy*, 2:472–477, Apr. 2018.
- [13] R. J. Gould. Compton and synchrotron processes in spherically-symmetric non-thermal sources. *Astronomy & Astrophysics*, 76(3):306–311, July 1979.
  - [14] K. Hada. The Structure and Propagation of the Misaligned Jet M87. *Galaxies*, 5:2, 12 2016.
  - [15] T. Hovatta, E. Valtaoja, M. Tornikoski, and A. Lähteenmäki. Doppler factors, Lorentz factors and viewing angles for quasars, BL Lacertae objects and radio galaxies. *Astronomy & Astrophysics*, 494(2):527–537, Feb. 2009.
  - [16] J.-Y. Kim, T. P. Krichbaum, R.-S. Lu, E. Ros, U. Bach, M. Bremer, P. de Vicente, M. Lindqvist, and J. A. Zensus. The limb-brightened jet of M87 down to the 7 Schwarzschild radii scale. *Astronomy & Astrophysics*, 616:A188, Aug 2018.
  - [17] J. Kirk, D. Melrose, E. Priest, A. Benz, and T.-L. Courvoisier. Plasma Astrophysics. In *Saas-Fee Advanced Course 24: Plasma Astrophysics*, Jan. 1994.
  - [18] S. S. Komissarov, N. Vlahakis, A. Königl, and M. V. Barkov. Magnetic acceleration of ultrarelativistic jets in gamma-ray burst sources. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 394:1182–1212, Apr. 2009.
  - [19] Y. Kovalev, A. Pushkarev, E. Nokhrina, A. Plavin, V. Beskin, A. Chernoglazov, M. Lister, and T. Savolainen. A transition from parabolic to conical shape as a common effect in nearby AGN jets. *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 495:3576–3591, Apr. 2020.
  - [20] Y. Lyubarsky. Asymptotic Structure of Poynting-Dominated Jets. *Astrophysical Journal*, 698:1570–1589, June 2009.
  - [21] F. Mertens, A. P. Lobanov, R. C. Walker, and P. E. Hardee. Kinematics of the jet in M 87 on scales of 100-1000 Schwarzschild radii. *Astronomy & Astrophysics*, 595:A54, Oct. 2016.
  - [22] A. S. Nikonov, Y. Y. Kovalev, E. V. Kravchenko, A. P. Lobanov, and K. I. Kellermann. Inner structure and physical properties of the M87 jet (in preparation). 2021.
  - [23] E. E. Nokhrina. Brightness temperature – obtaining the physical properties of a non-equipartition plasma. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 468(2):2372–2381, Jun 2017.
  - [24] E. E. Nokhrina, V. S. Beskin, Y. Y. Kovalev, and A. A. Zheltoukhov. Intrinsic physical conditions and structure of relativistic jets in active galactic nuclei. *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 447:2726–2737, Mar. 2015.
  - [25] E. E. Nokhrina, L. I. Gurvits, V. S. Beskin, M. Nakamura, K. Asada, and K. Hada. M87 black hole mass and spin estimate through the position of the jet boundary shape break. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 489(1):1197–1205, Oct. 2019.

- [26] E. E. Nokhrina, I. N. Pashchenko, and A. M. Kutkin. Indications of a parabolic outflow on the scales of radio cores in jets with high redshift. *arXiv e-prints*, page arXiv:2106.07569, June 2021.
- [27] A. B. Pushkarev, Y. Y. Kovalev, M. L. Lister, and T. Savolainen. MOJAVE - XIV. Shapes and opening angles of AGN jets. *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 468(4):4992–5003, July 2017.
- [28] G. B. Rybicki and A. P. Lightman. *Radiative processes in astrophysics*. 1979.
- [29] L. Sironi and A. Spitkovsky. Particle Acceleration in Relativistic Magnetized Collisionless Electron-Ion Shocks. *The Astrophysical Journal*, 726(2):75, Jan. 2011.
- [30] L. Sironi and A. Spitkovsky. Relativistic Reconnection: An Efficient Source of Non-thermal Particles. *The Astrophysical Journal Letters*, 783(1):L21, Mar. 2014.
- [31] L. Sironi, A. Spitkovsky, and J. Arons. The Maximum Energy of Accelerated Particles in Relativistic Collisionless Shocks. *The Astrophysical Journal*, 771(1):54, July 2013.
- [32] C.-C. Wang and H.-Y. Zhou. Determination of the intrinsic velocity field in the M87 jet. *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 395(1):301–310, May 2009.
- [33] M. Zamaninasab, E. Clausen-Brown, T. Savolainen, and A. Tchekhovskoy. Dynamically important magnetic fields near accreting supermassive black holes. *Nature*, 510(7503):126–128, June 2014.